

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL
FACULDADE DE ENGENHARIAS, ARQUITETURA E URBANISMO E GEOGRAFIA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

WISAM ALI MOHAMAD ISSA

MODELAGEM, PROJETO, SIMULAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM
SISTEMA DE LEVITAÇÃO ELETROMAGNÉTICA UNIDIMENSIONAL
COM CONTROLE DIGITAL

Campo Grande - MS

Julho, 2021

WISAM ALI MOHAMAD ISSA

**MODELAGEM, PROJETO, SIMULAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM
SISTEMA DE LEVITAÇÃO ELETROMAGNÉTICA UNIDIMENSIONAL
COM CONTROLE DIGITAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como exigência para obtenção do grau de
Bacharelado em Engenharia Elétrica da Uni-
versidade Federal de Mato Grosso do Sul –
UFMS.

Orientador: Dr. Luigi Galotto Junior

Campo Grande - MS

Julho, 2021

Wisam Ali Mohamad Issa

**MODELAGEM, PROJETO, SIMULAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM
SISTEMA DE LEVITAÇÃO ELETROMAGNÉTICA UNIDIMENSIONAL
COM CONTROLE DIGITAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência para obtenção do grau de Bacharelado em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS.

Trabalho aprovado em 14/07/2021.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Luigi Galotto Junior

Prof. Dr. João Onofre

Prof. Dr. Raymundo Cordero García

Campo Grande, 14 de julho de 2021.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho, de certa forma, contou com contribuições de inúmeras pessoas. Algumas, entretanto, merecem destaque pelo seu suporte.

Gostaria de agradecer, em primeiro lugar, ao professor João Onofre, pela permissão de utilização do laboratório BATLAB para execução deste trabalho. Em segundo lugar, ao meu orientador, Luigi Galotto Junior, pela valiosa orientação disposta. Por fim, mas tão importante quanto os outros, ao professor Raymundo Cordero Garcia, por disponibilizar vários equipamentos e componentes necessários para que este trabalho pudesse ser realizado.

Também gostaria de agradecer ao meu amigo Luiz Fernando Ferrari pelas extensas discussões realizadas as quais permitiram a resolução de vários entraves que surgiram ao longo desse trabalho.

Finalmente, e mais importante, também gostaria de agradecer ao meu pai por possibilitar minha educação, assim como à minha irmã pelo seu incentivo, ações que considero de grande valor.

RESUMO

Esse trabalho consiste no desenvolvimento de um sistema de levitação magnética unidimensional. Nele, são desenvolvidos um atuador, um sensor para medir a posição de levitação e um sistema de controle, projetado a partir de um modelo experimental da planta de levitação. Por conseguinte, os controladores projetados são testados em simulações e, por fim, também são avaliados em um experimento com o sistema real. Concluiu-se, tanto pelas simulações quanto pela implementação prática, que os controladores propostos, que são controladores digitais clássicos (mais especificamente, um controlador proporcional e integral para a malha interna de corrente e um controlador avanço, em cascata com um proporcional e integral, para a malha de posição), são capazes de proporcionar estabilidade e rastreamento ao sistema de levitação proposto. Contudo, o desempenho da resposta transitória apresenta características indesejáveis, que são atribuídas tanto à forma dos objetos levitados quanto a limitações nos controladores propostos.

ABSTRACT

This work focuses on the development of an unidimensional magnetic levitation system. An actuator, a position sensor and a control system based on an experimental plant model are built. Afterwards, the proposed controllers are tested in simulations and also in a practical experiment. It was concluded, using the results obtained from them, that the developed controllers, which are digital (more specifically, a proportional and integral for the inner current loop and a lead in cascade with a proportional and integral controller, for the external position loop) are capable of providing stability and tracking response for the proposed system. However, their performance on transitory response showed undesirable characteristics, which are attributed to limitations regarding them and also to the magnets geometry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Desenho de um solenoide excitado por uma corrente elétrica I .	17
Figura 2 – Desenho de um levitador eletromagnético.	19
Figura 3 – Diagrama de blocos de um sistema discreto genérico com a adição de um controlador clássico em cascata.	21
Figura 4 – Diagrama de blocos do sistema de levitação (malha fechada).	24
Figura 5 – Fotografia da planta de levitação magnética utilizada.	25
Figura 6 – Diagrama esquemático de um chopper classe D	26
Figura 7 – Etapas de operação do conversor classe D	27
Figura 8 – Quadrantes de operação para o chopper classe D.	27
Figura 9 – Placa de potência do conversor classe D.	28
Figura 10 – Esquema de disposição de fonte luminosa e LDRs para medição de posição.	29
Figura 11 – Diagrama de um amplificador de transimpedância para fotodiodos.	30
Figura 12 – Fotografia do sensor de posição montado.	30
Figura 13 – Módulo laser e fonte de alimentação específica empregados no trabalho.	31
Figura 14 – Feixe de luz projetado pelo módulo laser.	31
Figura 15 – Placa de controle com o sensor de corrente conectado.	32
Figura 16 – Diagrama de blocos do sistema de levitação eletromagnética empregado.	33
Figura 17 – Resposta da malha de corrente interna com o controlador proposto para diversos pontos de operação.	36
Figura 18 – Resposta da malha de corrente interna com o controlador para um ponto de operação	36
Figura 19 – Função ajustada e pontos de ensaio.	37
Figura 20 – Mapa polos zeros para a função de transferência contínua, não compensada.	38
Figura 21 – Mapa polo-zeros para a função de transferência do levitador	40
Figura 22 – Lugar das raízes com a inserção do controlador por avanço de fase.	41
Figura 23 – Lugar das raízes da malha de posição com seu respectivo controlador projetado.	41
Figura 24 – Modelo no Simulink para representar o levitador magnético.	42
Figura 25 – Resposta simulada do levitador para uma aproximação ao eletroímã em relação ao ponto de linearização.	42
Figura 26 – Resposta simulada do levitador para um afastamento do ponto de linearização.	43
Figura 27 – Resposta experimental da malha de corrente para referências impostas.	44
Figura 28 – Resposta a um degrau de posição em torno do ponto de linearização da planta.	46
Figura 29 – Resposta do sistema para uma aproximação de 5mm ao eletroímã, em relação ao ponto de linearização.	46

Figura 30 – Resposta do sistema para uma aproximação de 5mm ao eletroímã, em relação ao ponto de linearização.	47
Figura 31 – Fotografia do levitador em funcionamento.	48
Figura 32 – Esquemático do circuito de potência compreendendo o atuador utilizado.	52
Figura 33 – Esquemático do circuito eletrônico do sensor de posição a fotodiodos. .	53
Figura 34 – Esquemático da placa de processamento de sinais e interface com mi- crocontrolador	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros físicos e elétricos do eletroímã utilizado.	25
Tabela 2 – Dimensões físicas dos ímãs permanentes empregados.	25
Tabela 3 – Relação entre posição do ímã permanente e corrente e equilíbrio. . . .	37

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Justificativa do trabalho	11
1.2	Revisão Bibliográfica	12
1.3	Objetivos	13
1.3.1	Objetivo Geral	13
1.3.2	Objetivos Específicos	13
1.4	Organização do Trabalho	13
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1	Materiais magnéticos	15
2.2	Campo magnético produzido por um solenoide finito	17
2.3	Modelo dinâmico do levitador	19
2.4	Controle digital clássico	21
2.4.1	Controlador PI	22
2.4.2	Controlador PD e avanço	22
3	METODOLOGIA	24
3.1	Sistema físico	24
3.1.1	Planta do levitador	24
3.1.2	Atuador	26
3.1.3	Sensoriamento da saída	28
3.1.4	Sensoriamento de corrente	32
3.1.5	Modelagem experimental do sistema	32
3.1.6	Controle digital	33
4	MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE LEVITAÇÃO	35
4.1	Eletroímã e malha de corrente	35
4.2	Malha de posição	36
4.3	Projeto e simulação de um controlador clássico para a malha de posição	39
5	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	44
5.1	Controle da corrente no eletroímã	44
5.2	Controlador clássico da malha de posição	45
6	CONCLUSÃO	49
	REFERÊNCIAS	50

A	ESQUEMÁTICO DOS PRINCIPAIS CIRCUITOS DESENVOLVIDOS PARA O TRABALHO	52
A.1	Placa de potência	52
A.2	Sensor a fotodiodos	53
A.3	Placa de processamento de sinais e interface com microcontrolador	54

1 INTRODUÇÃO

A levitação magnética é uma técnica para manter objetos metálicos ou magnéticos sem contato com quaisquer superfícies. Ela possui aplicações em sistemas em que é desejado aumentar a eficiência deles por meio da eliminação de perdas de energia devido ao atrito [1].

Ao longo do tempo, foram desenvolvidos três métodos para atingir a levitação:

- Levitação eletrodinâmica: Essa técnica se baseia na lei de Faraday. Movimentar um condutor em uma região em que existe um campo magnético resulta em uma tensão induzida sobre o condutor. A tensão induzida, por sua vez, gera uma corrente elétrica que, interagindo com o campo, ocasiona a ocorrência de uma força sobre o condutor.

A levitação eletrodinâmica apresenta a desvantagem de necessitar que o objeto a ser levitado possa adquirir velocidade por outros meios. Em um MagLev (trem levitado), por exemplo, isso significa que ele não dispensaria de seu sistema de propulsão tradicional.

- Levitação por supercondução: Essa técnica faz uso de materiais supercondutores. Quando estes são submetidos a condições específicas, são capazes de apresentar um fenômeno conhecido como efeito Meissner ou diamagnetismo perfeito [2], em que o material apresenta tendência a rejeitar fortemente campos magnéticos.
- Levitação eletromagnética: A levitação eletromagnética consiste na utilização de um eletro ímã para gerar campos magnéticos que, na interação com materiais ferromagnéticos, é capaz de gerar uma força de atração ou repulsão. Uma vez que é impossível garantir o equilíbrio estável de forma natural, resultado conhecido como teorema de Earnshaw, é necessária a aplicação de um sistema ativo para permitir a levitação magnética.

Neste trabalho, o tipo de levitação abordado é o eletromagnético.

1.1 Justificativa do trabalho

A levitação magnética é um fenômeno com diversas aplicações na indústria, como em trens levitados, mancais magnéticos de motores ou em turbinas eólicas [3]. Devido a sua complexidade, é necessário um estudo acerca do fenômeno, principalmente para o caso da levitação eletromagnética, que é naturalmente instável, o que impulsiona pesquisas na área de sistemas de controle aplicados ao problema de levitação.

Esse trabalho consiste no desenvolvimento de um sistema e controladores digitais para aplicação no problema de suspensão magnética (caso unidimensional). A implemen-

tação, por si só, permite que estudos mais aprofundados acerca do fenômeno possam ser realizados por pesquisadores no BATLAB (Laboratório de Inteligência Artificial, Eletrônica de Potência e Sistemas Digitais) na UFMS (Universidade Federal de Mato Grosso do Sul), o que representa um benefício contínuo em termos de contribuição científica para a sociedade.

Por fim, é interessante também ressaltar que existe uma contribuição pelo trabalho em si, uma vez que nele são utilizados ímãs permanentes no lugar de materiais com magnetização induzida, que são geralmente utilizados em trabalhos similares, além de que nesse trabalho é dado um tratamento diferenciado para eles com relação ao modelo dinâmico.

1.2 Revisão Bibliográfica

A modelagem e controle de sistemas de levitação baseado no tipo eletromagnético foram abordados por diversos autores empregando inúmeras técnicas e diversos controladores, ao longo de um período compreendendo décadas.

Em [4], por exemplo, a modelagem é feita com base numa aproximação da dependência da indutância equivalente, vista pelo eletroímã, como uma função com derivada proporcional a uma exponencial da posição do objeto levitado a bobina. Essa exploração da força decorrente de uma variação da indutância é comumente explorada. [1] e [5] também utilizam a mesma abordagem, por exemplo.

Por outro lado, [6] e [7] empregam outro método para a modelagem, procurando uma expressão analítica para a força desenvolvida no caso do eletroímã ter uma geometria cilíndrica, chegando a uma expressão complexa que é aproximada por uma função racional. Em particular, [7] determina um modelo não-linear com performance mais robusta para uma faixa estendida de operação.

É importante levar em consideração que a modelagem do comportamento dinâmico de um levitador magnético apresenta diferenças para materiais ferromagnéticos moles (aço, por exemplo) e ímãs permanentes. Dentre os trabalhos verificados, apenas [6] levou em consideração um ímã permanente, utilizando um controlador por modos deslizantes (*sliding mode control*, no inglês).

O controle digital clássico, por sua vez, foi empregado em outros trabalhos nacionais e internacionais. Em particular, [8], [9] e [10] representam casos nacionais desenvolvidos por outras instituições de ensino superior.

Em [8], é ajustado um controlador do tipo avanço para estabilizar a planta, o que foi realizado com sucesso, levando a uma resposta subamortecida e estável em torno do ponto de equilíbrio.

Por sua vez, em [9], foi possível estabilizar o sistema de levitação utilizando tanto

um controlador PD quanto um avanço, também levando a respostas subamortecidas e estáveis em torno do ponto de equilíbrio.

Em ambos os trabalhos anteriores, são utilizadas esferas ferromagnéticas moles para efetuar a levitação. Ainda, é interessante notar que o mesmo tipo de atuador (chopper classe D) foi utilizado nesses trabalhos, o qual também é empregado neste.

Ainda, existem trabalhos como [10] que possuem propósitos quase que inteiramente didáticos, por meio da recapacitação de uma planta de levitação magnética para utilização em estudos posteriores.

1.3 Objetivos

1.3.1 *Objetivo Geral*

Desenvolver um sistema de levitação magnética para propósitos acadêmicos e analisar o desempenho de controladores digitais aplicados a planta em questão.

1.3.2 *Objetivos Específicos*

- Estabelecer um modelo para descrever apropriadamente a planta de levitação magnética;
- Desenvolver um sistema de levitação magnética com propósitos acadêmicos, envolvendo atuador, sensor e sistema de controle;
- Desenvolver e aplicar um controlador digital clássico para estabilização da planta e correção de erro em regime permanente.

1.4 Organização do Trabalho

O capítulo 2 ocupa-se com o estabelecimento dos principais conceitos teóricos importantes para a execução do trabalho. Nele, os materiais ferromagnéticos são descritos de forma breve com base em suas características macroscópicas. Ainda, é tratada a questão da distribuição do campo magnético gerado por um solenoide, o que é pertinente para este trabalho pois o eletroímã utilizado tem o mesmo formato. Também é abordada a questão da formulação de um modelo dinâmico para o levitador, com diferenciação para ímãs permanentes e materiais ferromagnéticos moles e, por fim, realiza-se uma breve abordagem aos controladores clássicos discretos, com ênfase para os que serão utilizados no trabalho.

O capítulo 3, por sua vez, apresenta os principais elementos constituintes do sistema de levitação magnética empregados nesse trabalho, o que engloba a planta do levitador, o atuador empregado, o método para sensoramento dos estados do sistema (corrente e posição) e a metodologia empregada para o desenvolvimento dos controladores digitais.

Por sua vez, o capítulo 4 trata-se do desenvolvimento e simulação dos controladores estabelecidos na metodologia do trabalho, com o propósito de validá-los para implementação prática. Eles são desenvolvidos com base em uma modelagem empírica da dependência da força magnética com a distância de levitação, realizada no início do capítulo.

O capítulo 5 tem como foco exclusivamente os resultados experimentais obtidos a partir da implementação dos controladores retratados no capítulo anterior. Nele, são exibidos os resultados e estes são discutidos.

O capítulo 6 serve como conclusão para o trabalho e apresenta uma síntese de todas as ideias importantes que podem ser sugeridas ou inferidas com base nos resultados obtidos.

Por fim, os apêndices apresentam esquemáticos dos principais circuitos eletrônicos desenvolvidos para o trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Materiais magnéticos

O campo magnético é a principal grandeza por trás do fenômeno da levitação magnética. A interação entre o material levitado e o campo aplicado sobre ele é responsável por produzir a força de sustentação em um sistema de levitação.

A levitação eletromagnética é um efeito decorrente da ocorrência de forças magnéticas sobre um material. Essas interações são caracterizadas de forma diferente para cada tipo de material. De forma geral, os materiais podem ser classificados, quanto ao seu comportamento magnético, como:

- Paramagnéticos: São materiais que são fracamente atraídos por campos magnéticos [11]. Caracterizam-se por comportamento linear (isto é, apresentam permeabilidade magnética constante).
- Diamagnéticos: São materiais fracamente repelidos por campos magnéticos. Supercondutores, em condições específicas, são capazes de apresentar efeito diamagnético forte, permitindo a levitação supercondutora.
- Ferromagnéticos: São materiais caracterizados por comportamento não-linear. Podem apresentar permeabilidade relativa muito maior do que em comparação aos outros materiais, além do efeito de remanência de campo magnético [11]. Esses materiais são empregados na levitação eletromagnética, abordada nesse trabalho.

A origem do ferromagnetismo está fundamentada, principalmente, em resultados decorrentes da física quântica [11]. Dessa forma, uma explicação apropriada desse fenômeno requer um esforço razoável. Para os propósitos desse trabalho, contudo, é possível evitar um aprofundamento a partir de uma descrição macroscópica dos materiais ferromagnéticos.

Entre os materiais ferromagnéticos, existem os materiais moles e duros. Os materiais ferromagnéticos moles apresentam alta permeabilidade magnética inicial, baixa coercividade e ciclo de histerese fraco [2]. A primeira afirmação significa que, na presença de um campo magnético $\vec{H}$ sobre o meio, a indução sobre um meio ferromagnético é calculada pela equação (1):

$$\vec{B}(\vec{H}) = \mu(\vec{H}) \cdot \vec{H} \quad (1)$$

Em que μ representa a permeabilidade magnética do material, para o campo aplicado, a qual é geralmente muito maior do que no espaço livre. No caso de um material isotrópico(em que $\vec{B}$ e $\vec{H}$ são colineares), μ é uma função escalar.

Já as segunda e terceira afirmações implicam que o efeito de magnetismo remanescente do material é fraco, de forma que possa ser ignorado.

De forma sucinta, materiais ferromagnéticos moles são capazes de produzir uma indução magnética $\vec{B}$ intensa com base no campo $\vec{H}$ aplicado sobre eles, decorrente da criação de uma forte magnetização $\vec{M}$ [2].

A força magnética sobre esses materiais pode ser calculada pela equação (2):

$$F_{mag} = \nabla(\vec{m} \cdot \vec{B}_{ext}) \quad (2)$$

em que $\vec{B}_{ext}$ corresponde a indução magnética externa ao material e $\vec{m}$, o momento de dipolo magnético equivalente dele [2]. Observe que $\vec{M}$ e $\vec{m}$ estão relacionados. A magnetização representa o momento de dipolo magnético por unidade de volume, e é uma propriedade usada para caracterizar um material. O momento de dipolo magnético, por sua vez, caracteriza um objeto em específico.

Uma vez que o campo $\vec{H}$, em um circuito magnético, é proporcional a corrente I aplicada sobre ele, pode-se exprimir tanto o módulo do vetor $\vec{M}$ quanto da indução externa $\vec{B}$ como:

$$M = I \cdot f(x) \quad (3)$$

$$B = I \cdot g(x) \quad (4)$$

em que f e g são funções dependentes apenas da geometria do sistema em questão. Para uma dada geometria, a única variável independente passa a ser a posição relativa x do material ferromagnético. Desconsiderando uma análise do ângulo entre os dois vetores, é possível afirmar que, para materiais magnéticos moles, a expressão da força magnética sobre eles tem a forma da equação (5):

$$F = I^2 \cdot h(x) \quad (5)$$

em que $h(x)$, para um dado sistema físico, depende apenas da posição do objeto que a força atua, relativo ao campo magnético do meio em que está inserido.

Por sua vez, materiais magnéticos duros apresentam alta coercividade e remanência magnética [2]. Isso significa que é difícil magnetizar ou desmagnetizar esse tipo de material, o que os torna ideais para aplicações como ímãs permanentes. Os ímãs podem ser modelados, de forma suficiente, como possuindo um vetor magnetização $\vec{M}$ constante, isto é, independente do campo magnético $\vec{H}$ aplicado sobre eles. Relembrando a fórmula (2), usada para o cálculo de forças magnéticas e considerando a magnetização de tal forma, é

possível concluir que a força magnética sobre um ímã permanente possui o formato da expressão (6):

$$F = I \cdot h(x) \quad (6)$$

em que, novamente, $h(x)$ é função apenas da geometria do problema.

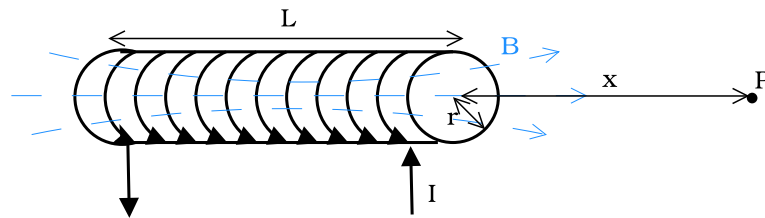
É importante notar a dependência da expressão da força em relação a corrente para os diferentes casos de materiais. Para os ímãs permanentes, a dependência é linear, o que significa que uma corrente negativa (o que seria equivalente a inverter o sentido da corrente em um eletroímã) gera uma força com sentido contrário ao inicial. Já para os materiais com magnetização induzida, a dependência é quadrática. Isso implica que, invertendo o sentido da corrente, o sentido resultante da força magnética não muda. Isso justifica o fato de que é possível tanto atrair quanto repelir ímãs permanentes, porém é possível apenas atrair os materiais do segundo grupo.

É fundamental ressaltar que as afirmações feitas anteriormente aplicam-se apenas aos materiais ferromagnéticos, e não a todos os tipos de metais. Nem todos os elementos do segundo grupo podem ser classificados como ferromagnéticos. Em particular, alguns metais, como o bismuto, apresentam dominância do diamagnetismo, o que resulta em um efeito de repulsão por campos magnéticos.

2.2 Campo magnético produzido por um solenoide finito

Uma vez que os atuadores, em sistemas de levitação eletromagnética (incluindo o modelo de laboratório utilizado para esse trabalho), geralmente são compostos de solenoides enrolados em um núcleo de material ferromagnético mole (cujo único propósito é permitir que a indução produzida pelo solenoide seja amplificada), é interessante discutir a natureza da indução produzida por essa configuração.

Figura 1 – Desenho de um solenoide excitado por uma corrente elétrica I .



Fonte: O autor

Em [7], o campo magnético produzido por um solenoide de raio interno r e comprimento L , com N voltas, conduzindo uma corrente I é calculado ao longo de seu

eixo, a uma distância x da extremidade mais próxima dele, resultando em:

$$B(x) = \frac{\mu NI}{2L} \left(\frac{x+L}{\sqrt{(x+L)^2 + r^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + r^2}} \right) \quad (7)$$

Observe que, se for assumido que o comprimento do eletroímã é muito maior do que seu raio (o que é comum), isto é, $L \gg r$, a equação (7) pode ser simplificada. Para isso, é preciso reescrevê-la:

$$B(x) = \frac{\mu NI}{2L} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{r}{x+L}\right)^2}} - \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{x}\right)^2} \right) \quad (8)$$

Pode-se expandir os termos da subtração usando o Teorema Binominal e tomar apenas os dois primeiros componentes da série correspondente:

$$(1+x)^y \cong 1 + y \cdot x \quad (9)$$

Aplicando essa expansão aos dois termos da subtração na equação (8) e agrupando-os, a expressão resultante é:

$$B(x) \cong \frac{\mu NI r^2}{4} \left(\frac{2x+L}{(x+L)^2 \cdot x^2} \right) \quad (10)$$

A equação (10) sugere que o campo magnético, ao longo do eixo de simetria do solenoide, decai com uma função racional com grau 1 no numerador e grau 4 no denominador. Para pontos suficientemente distantes (isto é, com $x \gg l$, a expressão dada pela equação pode, ainda, ser aproximada por uma lei inversa cúbica:

$$B(x) = \frac{\mu NI r^2}{2} \frac{1}{x^3} \quad (11)$$

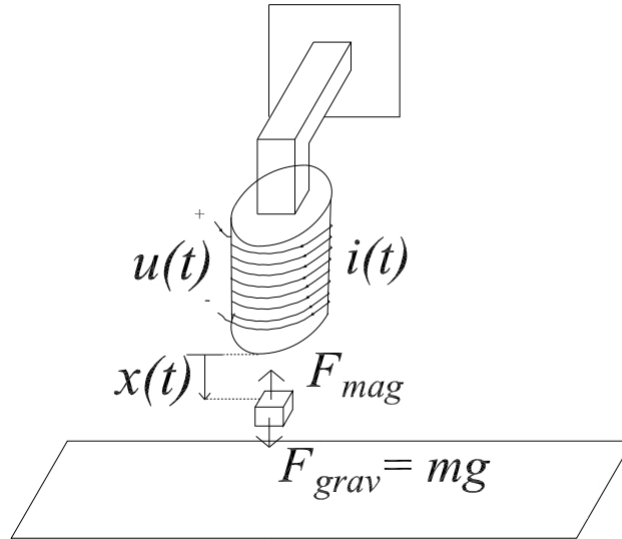
Existe uma complicação que não foi levada em consideração para a dedução das equações anteriores. Geralmente, em solenoides, a forma como são enrolados resulta em uma aglutinação de suas espiras, de forma que elas ocupem, além de todo o seu comprimento disponível, uma faixa variável de raios. Essa complicação, conforme é exibida em [7], leva a uma expressão analítica ainda mais complexa.

Contudo, as equações anteriores são capazes de sugerir que tipo de expressões seriam adequadas para representar satisfatoriamente a relação entre a força magnética e distância entre o eletroímã e o objeto de levitação. Em particular, funções racionais são empregadas frequentemente na literatura [5].

2.3 Modelo dinâmico do levitador

A levitação eletromagnética pode ser aplicada tanto para materiais metálicos quanto para materiais magnéticos, embora exista uma certa diferenciação quanto a modelagem para cada.

Figura 2 – Desenho de um levitador eletromagnético.



Fonte: O autor

A força líquida para o sistema proposto na figura 2 pode ser expressa como a diferença entre a força gravitacional e a força magnética:

$$F_{liq} = mg - F_{mag} \quad (12)$$

Para que a equação (12) seja útil, é preciso conhecer qual é o comportamento da força magnética, que é função tanto da corrente circulando pelo eletroímã quanto pela distância entre ele e o objeto levitado.

Na seção 2.1, foi estabelecido que, para um ímã permanente, a força magnética pode ser escrita da maneira mostrada na equação (6), com dependência linear com a corrente. Já para os materiais ferromagnéticos moles, a expressão equivalente possui uma dependência quadrática com a corrente do eletroímã, de acordo com a equação (5).

Uma vez que a força líquida depende de uma função racional na variável x , o sistema de levitação magnética é altamente não-linear. É possível, de toda a forma, trabalhar em um ponto de operação específico efetuando uma linearização.

A linearização, em torno de um ponto (X_0, I_0) pode ser realizada com uma expansão de Taylor:

$$F(X_0 + \delta x, I_0 + \delta I) = F_0 + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{X_0, I_0} \delta x + \left. \frac{\partial F}{\partial i} \right|_{X_0, I_0} \delta i \quad (13)$$

Sob a condição de que I_0 seja escolhida como a corrente de equilíbrio para a posição X_0 , isto é, a corrente necessária para estabilizar o levitador, em regime permanente no ponto escolhido, então necessariamente deve ocorrer que:

$$F_0 = mg \quad (14)$$

Portanto, pode-se escrever:

$$F_{liq} \cong K_x \delta x + K_I \delta I = -m \frac{d^2 \delta x}{dt^2} \quad (15)$$

Na equação (15), os valores de K_x e K_I são dados por:

$$K_x = \frac{\partial F}{\partial x} \quad (16)$$

$$K_I = \frac{\partial F}{\partial I} \quad (17)$$

Tomando a transformada de Laplace para os dois lados da equação, é possível calcular a função de transferência relacionando posição com corrente, levando a expressão (18):

$$\frac{\delta X(s)}{\delta I(s)} = \frac{-K_I}{ms^2 + K_x} \quad (18)$$

É importante notar que, na equação (18), o sinal que acompanha o numerador da função de transferência é negativo, o que está de acordo com o comportamento esperado ao aplicar uma corrente elétrica, para o sentido de referência de posição imposto. Aumentar a corrente implica em aumentar a força de atração sobre o material levitado, o que leva à redução da distância entre ele e o eletroímã.

Em espaço de estados, é possível descrever o sistema linearizado pela equação matricial (19):

$$\begin{bmatrix} \frac{d(\delta x)}{dt} \\ \frac{d^2(\delta x)}{dt^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_x}{m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \frac{d(\delta x)}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{K_I}{m} \end{bmatrix} \delta i \quad (19)$$

Suponha agora que a bobina utilizada como eletroímã possua uma resistência R . Sua indutância, por sua vez, pode ser escrita como a indutância própria do eletroímã L_0 somada a contribuição devido ao material magnético:

$$L(x) = \underbrace{L_0}_{\text{Indutância própria}} + \underbrace{g(x)}_{\text{Contribuição}} \quad (20)$$

Se essa contribuição for desprezada, então a indutância equivalente é apenas a indutância própria do eletroímã, o que implica que o comportamento dinâmico do circuito da bobina pode ser aproximado por um circuito elétrico RL:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L_0}i(t) + \frac{v_{in}}{L_0} \quad (21)$$

ou, como função de transferência:

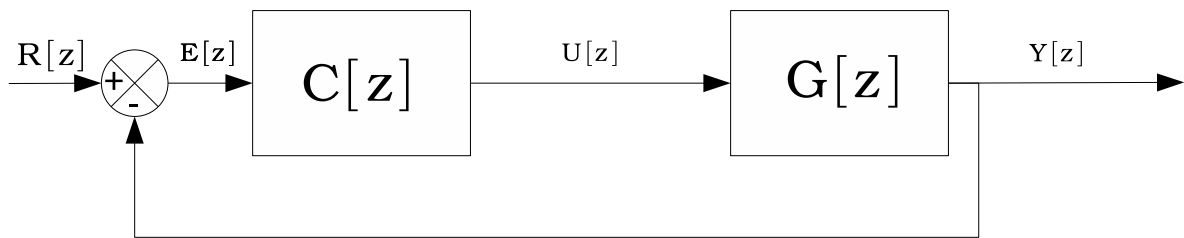
$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{L_0s + R} \quad (22)$$

É mais interessante realizar o controle dos dois subsistemas (malha de corrente e posição) de forma separada, por intermédio de uma malha de corrente interna, devido a maior simplicidade do projeto do controlador, garantia de que a corrente sobre o eletroímã esteja dentro de uma faixa aceitável e também para reduzir os efeitos que a contribuição de indutância do objeto levantado possa causar no desempenho do sistema de controle. Portanto, esse trabalho irá os tratar de forma desacoplada.

2.4 Controle digital clássico

O controle clássico utiliza-se da função de transferência de uma planta e tem como objetivo a inserção de um controlador, em cascata com a malha principal do sistema, para melhorar o desempenho dinâmico ou em regime permanente dele.

Figura 3 – Diagrama de blocos de um sistema discreto genérico com a adição de um controlador clássico em cascata.



Fonte: O autor

Um dos principais tipo de controladores aplicados em indústrias é o PID [12]. Esse controlador em realidade é a combinação de uma parcela proporcional ao erro entre a referência e a saída, proporcional à integral desse erro e também a sua derivada, ou ainda como um controlador PD em cascata com um PI. Eles (o controlador PI e PD) existem tanto em versões discretas quanto contínuas.

2.4.1 Controlador PI

O controlador proporcional e integral tem como objetivo corrigir o erro em regime permanente para um sistema físico. Em outras palavras, ele é projetado de forma a evitar a modificação do desempenho transitório do sistema. Para entender como isso pode ser feito, pode-se utilizar a teoria do lugar das raízes.

Sabe-se que os pontos pertencentes ao lugar das raízes de um sistema em malha fechada com retroalimentação negativa e função de malha aberta $G(s)$ devem satisfazer uma única condição [13]:

$$\angle G(p) = (k + 1)\pi \quad k \in \mathbb{Z} \quad (23)$$

ou, para sua representação discreta em uma taxa de amostragem específica, $G_z[z]$:

$$\angle G_z[p] = (k + 1)\pi \quad k \in \mathbb{Z} \quad (24)$$

Isso significa que o argumento da função de transferência, em malha aberta, nos pontos p pertencentes ao LR é um múltiplo de 180 graus. Em um sistema discreto, para que o erro em regime permanente para uma referência em degrau seja nula, é necessário e suficiente que a equação (25) seja satisfeita:

$$\lim_{z \rightarrow +1} G[z] = \infty \quad (25)$$

A condição representada em (25) apenas pode ser satisfeita se G possui um polo em $z = 1$. Caso ele não possua esse polo, é possível inseri-lo em cascata. Porém, a inserção dele afeta o lugar das raízes do sistema, uma vez que o polo passa a ter uma contribuição angular, como se fizesse parte de $\angle G_z[p]$.

A solução para o problema anterior consiste em inserir um zero em cascata, próximo ao polo em $z = 1$. Dessa forma, a contribuição angular resultante do controlador passa a ser pequena, de forma que o lugar das raízes do sistema equivalente, em malha fechada, não seja alterado de forma significativa. A escolha do zero tem caráter arbitrário e, geralmente, é resultado de testes com a planta ou de simulações sobre ela.

2.4.2 Controlador PD e avanço

Antes de corrigir o erro em regime permanente, é importante o projeto de uma resposta transitória adequada para um sistema, fato que é mais acentuado para sistemas que apresentam instabilidade em condições normais. O controlador PD tem como função melhorar a resposta dinâmica por meio da inserção de um zero na função de transferência, em malha aberta, de um sistema [13]. A inserção desse zero obrigatoriamente é feita com

um polo correspondente para o caso digital, para que a lei de controle correspondente possa ser realizável.

O controlador PD pode ser projetado utilizando várias metodologias. Ele é definido pela equação (26):

$$PD[z] = K \left(\frac{z - a}{z} \right) \quad (26)$$

Pode-se, por exemplo, realizar o cálculo de pontos de projeto em que sejam desejados que os polos da função de transferência do sistema a ser controlado estejam. A partir disso, pode-se determinar a contribuição angular que o zero da função deve proporcionar e, com isso, determinar o próprio zero, procedimento mostrado para o caso contínuo em [13], porém também aplicável para o caso discreto. O ganho K é calculado de forma a fazer com que os polos escolhidos de fato ocorram no sistema em malha fechada.

O procedimento anterior é válido, porém, assim como no caso do controlador PI, depende de testes com a planta real ou simulações, uma vez que o projeto pode não satisfazer os requisitos propostos inicialmente [13]. Esse fato é mais acentuado ainda quando o sistema apresenta forte não-linearidade, como no caso da planta de levitação magnética abordada nesse trabalho, em que é de se esperar que seja mais fácil ocorrer que projeto não atenda de forma desejada as especificações desejadas.

De toda a forma, é interessante notar que zeros próximos da origem representam controladores mais rápidos, o que, por sua vez, possuem a tendência a responder de forma mais veloz (e turbulenta). Por sua vez, zeros mais próximos de $z = 1$ proporcionam respostas mais lentas, porém com tendências mais estáveis. É claro que, para um sistema rápido, o controlador também deve ser capaz de responder rapidamente, de forma que uma boa escolha deve estar entre esses dois extremos.

Em teoria, um controlador PD poderia ser implementado em um sistema físico. Porém, ele não é capaz de lidar apropriadamente com distúrbios decorrentes de ruídos na referência ou na saída, de forma que, na prática, é preferível alocar o polo do controlador em alguma posição diferente de $z = 0$, porém antes do zero. Quando isso acontece, esse polo funciona como um filtro passa baixas para compensar o zero, e o controlador correspondente é conhecido como controlador por avanço de fase.

3 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento da levitação eletromagnética, é necessária a construção de um sistema físico (isto é, um atuador, planta e sensores) apropriado, além de um modelo para descrevê-lo e, por fim, um controlador com finalidade de proporcionar desempenho adequado ao sistema.

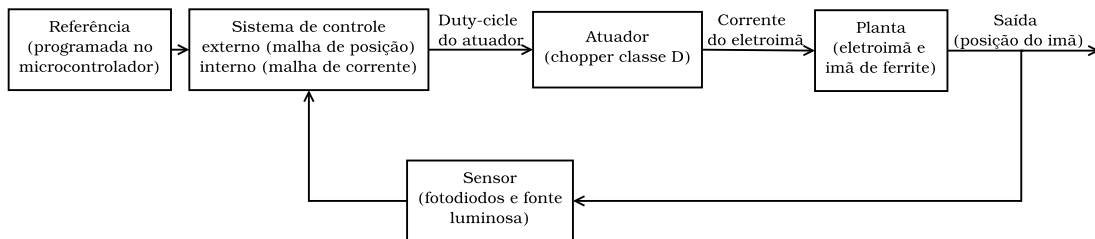
Esse capítulo irá abordar como cada um desses itens foi trabalhado.

3.1 Sistema físico

Em geral, um sistema físico é composto de um atuador, que age diretamente sobre uma planta para produzir uma ou mais saídas. Esse conjunto de sinais compreendendo as saídas devem ser passíveis de medição para que possam ser realimentados em um sistema de controle em malha fechada.

No caso do levitador eletromagnético, uma vez que deve-se atuar sobre a posição por intermédio da corrente no eletroímã, o atuador consiste em um circuito eletrônico de potência capaz de manipular a corrente sobre a bobina. O sensoramento envolve um sensor óptico para a saída, que é a posição do ímã levantado, e um sensor de corrente elétrica para permitir o controle dela. A planta, por sua vez, consiste em um suporte metálico com um eletroímã fixado no topo.

Figura 4 – Diagrama de blocos do sistema de levitação (malha fechada).



Fonte: O autor

3.1.1 Planta do levitador

A planta do levitador consiste em um suporte metálico para um eletroímã, existente no BATLAB (Laboratório de Inteligência Artificial, Eletrônica de Potência e Sistemas Digitais) na UFMS e utilizado em trabalhos anteriores. Esse eletroímã é sustentado na estrutura, e o material a ser levitado consiste em ímãs de ferrite permanentes, com formatos retangulares e idênticos, cada qual com peso de aproximadamente 42g. O conjunto de tabelas 1 e 2 apresentam informações sobre as dimensões físicas de cada um dos elementos, além dos parâmetros elétricos mais importantes.

É importante salientar que, embora a estrutura que acomode o eletroímã (carretel e suporte) tenham sido reaproveitados, o condutor que forma suas bobinas foram substituídos.

Tabela 1 – Parâmetros físicos e elétricos do eletroímã utilizado.

Parâmetro	Valor
Resistência	3.5Ω
Indutância	$98mH$
Comprimento	$5.5 \pm 1cm$
Raio interno	$1.2 \pm 1cm$

Fonte: O autor

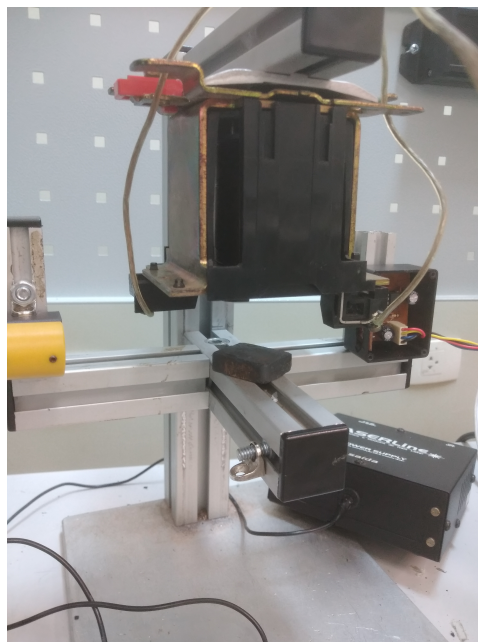
Tabela 2 – Dimensões físicas dos ímãs permanentes empregados.

Parâmetro	Valor
Largura	$32 \pm 1\text{ mm}$
Comprimento	$26 \pm 1\text{ mm}$
Altura	$30 \pm 1\text{ mm}$

Fonte: O autor

A figura 5 é uma fotografia feita da planta em questão. O eletroímã está fixado no topo. Os componentes em baixo, na parte esquerda e direita da estrutura fazem parte do sistema de medição de posição do ímã permanente, que serão explicados em maiores detalhes na próxima subseção.

Figura 5 – Fotografia da planta de levitação magnética utilizada.



Fonte: O autor

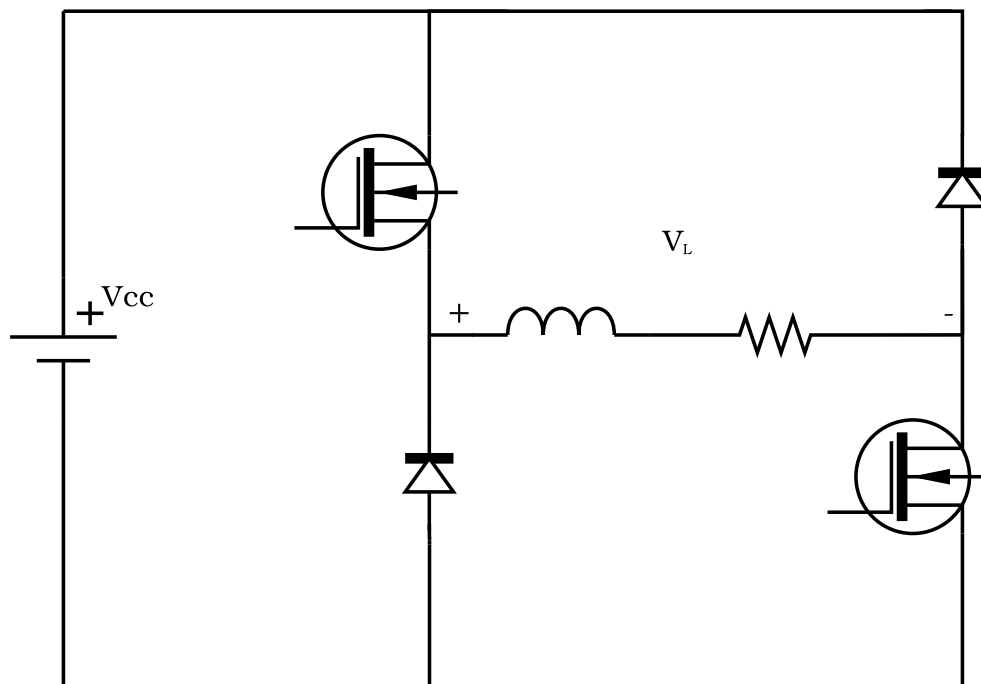
3.1.2 Atuador

A seleção do atuador possui importância fundamental para a operação da planta. Uma vez que o controle da posição do ímã deve ser realizado a partir da manipulação da corrente no eletroímã, é fundamental, para proporcionar desempenho satisfatório ao sistema, que o atuador seja capaz de variar rapidamente o nível de corrente nele. É importante ressaltar que é preciso que isso ocorra tanto para o aumento quanto a diminuição de corrente.

O eletroímã pode ser visto, através de seus terminais, como um circuito RL com indutância razoável. Indutores são elementos caracterizados por armazenar energia através do estabelecimento de campos magnéticos por eles. Dessa forma, para descarregar a corrente de um indutor, é necessário que o atuador seja capaz de absorver essa energia acumulada rapidamente.

Todas essas considerações podem ser satisfeitas empregando um conversor chopper de classe D.

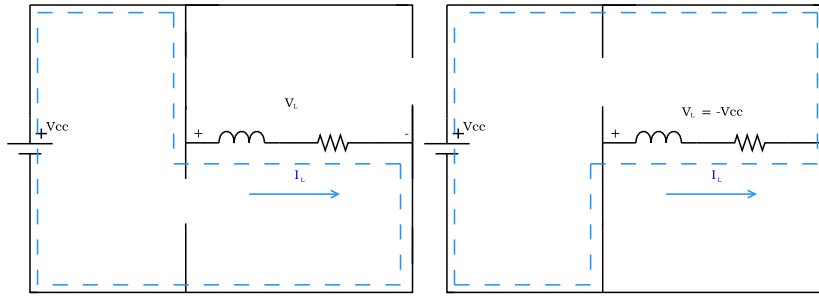
Figura 6 – Diagrama esquemático de um chopper classe D



Fonte: O autor

O chopper tipo D possui duas etapas de operação: Na primeira etapa, suas duas chaves são ativadas. Isso resultará em uma tensão positiva sobre a carga. No caso de um indutor, isso implicará que ele será carregado. Na segunda etapa, uma vez que as chaves estão abertas, a corrente no indutor passa a circular pelos diodos no circuito. A polaridade da tensão, nos terminais da carga, é invertida, o que provoca o descarregamento do indutor. Variando a razão cíclica D , é possível modular o nível de tensão médio a carga.

Figura 7 – Etapas de operação do conversor classe D



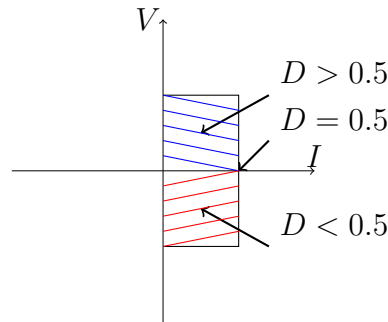
Fonte: O autor

Para esse conversor, a tensão média de saída, em estado estacionário, é relacionada com a razão cíclica por meio da equação (27):

$$V_0 = V_{cc}(2D - 1) \quad (27)$$

Observa-se, a partir dessa equação, que para $0 < D < 0.5$, a tensão média sobre a carga é negativa. Isso significa que o indutor está operando no segundo quadrante (V negativo e I positivo). Já para $D > 0.5$, a tensão média é positiva, resultando no carregamento do indutor.

Figura 8 – Quadrantes de operação para o chopper classe D.



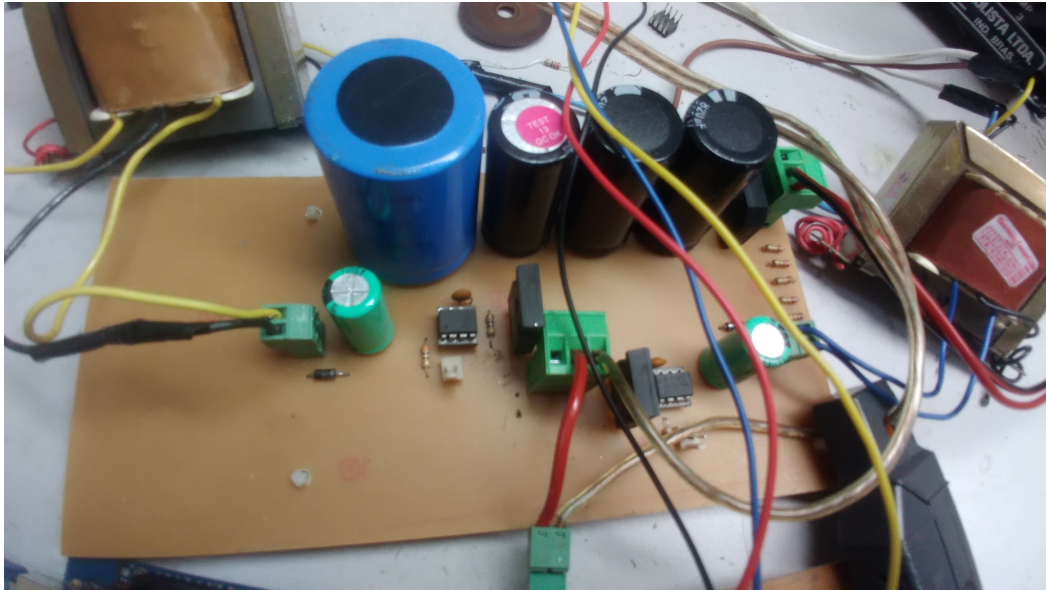
Fonte: O autor

É claro que a primeira afirmação anterior apenas é válida para o modo de condução contínua. Se a corrente no indutor zerar, os diodos também deixam de conduzir e a tensão subsequente, até o início do próximo ciclo na modulação, é zero.

Esse atuador, junto com um estágio de retificação para a produção de tensão contínua foi construído especificamente para esse trabalho. A tensão de alimentação do chopper é obtida a partir de um retificador monofásico em ponte completa com um filtro capacitivo na saída. A tensão alternada de entrada para o retificador pode ser regulada usando transformadores ou equipamentos específicos. Para esse trabalho, fixou-se o nível de tensão em 18V na saída do retificador. O esquemático completo da placa de potência está disponível no apêndice.

A figura 9 é uma fotografia da placa eletrônica correspondente.

Figura 9 – Placa de potência do conversor classe D.



Fonte: O autor

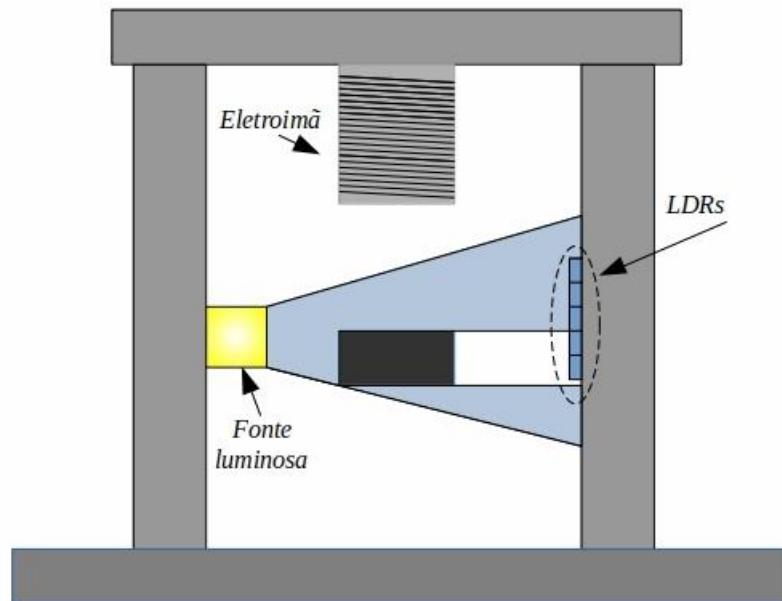
3.1.3 Sensoriamento da saída

Uma vez que é impossível realizar o controle de posição em malha aberta, é fundamental a utilização de um sensor para medir a posição do ímã levitado. A escolha do sensor para uma planta de levitação, que apresenta dinâmica mecânica veloz, é complexa, pois a planta exige um sensor mais rápido do que usualmente em outros problemas.

Neste trabalho, foram avaliadas três alternativas para a execução da medição de posição.

- Sensores ultrassônicos: Esses sensores são baseados na reflexão de ondas mecânicas e medição do tempo de retorno dessas reflexões [14]. Possuem tempo de resposta lento em comparação aos outros métodos, além de um cone de visão amplo, o que é capaz de gerar problemas de leitura em locais estreitos.
- Sensores ópticos (LDR): O LDR (Light Dependent Resistor) é um dispositivo caracterizado por apresentar resistência equivalente, em seus terminais, dependente da intensidade de luz aplicada sobre ele [14]. Essa propriedade pode ser aproveitada para a criação de um sensor óptico, utilizando um feixe de laser e LDRs. A figura 10 ilustra como isso pode ser feito.

Figura 10 – Esquema de disposição de fonte luminosa e LDRs para medição de posição.



Fonte: O autor

Considere que todos os LDRs na imagem estejam situados a direita na figura, eletricamente conectados em série. Nesse caso, incidindo um feixe uniforme sobre todos, a resistência de cada um é aproximadamente a mesma. Aplicando então um nível de tensão elétrica sobre os terminais da associação, a tensão sobre o nó médio deve ser aproximadamente metade do total.

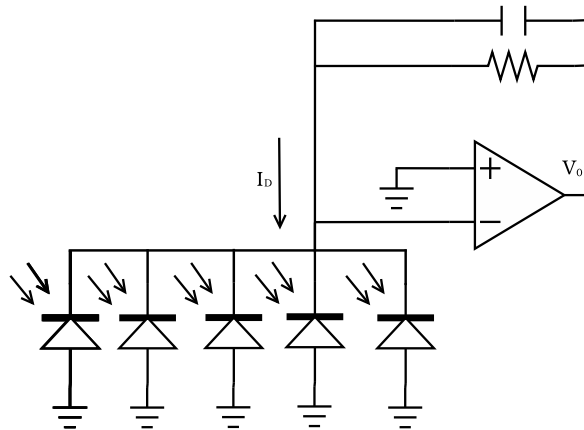
Agora, suponha que um objeto seja posicionado de forma a bloquear o feixe em parte dos LDRs. Nesse caso, a parte acima do nó médio possui resistência menor do que a parte de baixo. Isso faz com que o nível de tensão abaixo do nó aumente em relação ao caso anterior.

Embora, para a implementação apropriada do sensor, seja necessário a inserção de elementos adicionais, o princípio proposto anteriormente permite a construção de dispositivos confiáveis.

- **Fotodiodos:** O fotodiodo é um componente extremamente rápido. Uma vez que seu tempo de resposta, para muitos modelos, está na faixa de algumas dezenas a até centenas de nanossegundos, esse elemento pode ser considerado como tendo resposta instantânea para os fins desse trabalho.

O princípio de funcionamento dele está baseado na condução em polarização reversa: Na ausência de excitação luminosa, o diodo não conduz corrente reversamente. Porém, caso ele seja excitado, ele permite a condução de corrente, mesmo polarizado reversamente, sendo essa corrente proporcional ao fluxo luminoso sobre sua área sensível. Essa corrente pode ser processada por meio de um amplificador de transimpedância, gerando um nível de tensão correspondente.

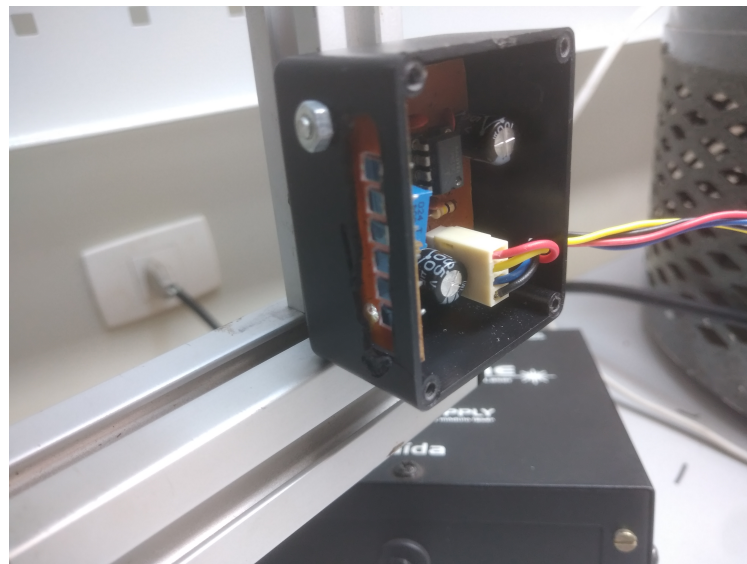
Figura 11 – Diagrama de um amplificador de transimpedância para fotodiodos.



Fonte: O autor

O fotodiodo pode ser empregado em sensores usando a mesma técnica do que no caso do LDR, isto é, associando-os em cascata. Nesse caso, contudo, são ligados eletricamente em paralelo. Em relação aos LDRs, possuem a vantagem de apresentarem resposta dinâmica desprezível, embora possuam custo maior. A figura 12 mostra o protótipo desenvolvido com fotodiodos.

Figura 12 – Fotografia do sensor de posição montado.



Fonte: O autor

Observe que, conforme o corpo levantado se aproxima do eletroímã, o nível de tensão na saída do sensor diminui. Isso significa que essa medição possui orientação de acordo com a usada para a avaliação do modelo dinâmico do levitador, em que a distância é medida do eletroímã até o corpo móvel. Esse fato possui uma implicação muito importante no sinal algébrico do sistema de controle de posição.

É inerente para essa técnica de medição da saída a necessidade de uma fonte luminosa confiável para a operação com o sensor. É desejável que ela possua potência razoável, no caso de estar dentro do espectro da luz visível, para que possa ser distinguida da luz ambiente. Além disso, é preciso que ela produza uma distribuição de feixes luminosos geometricamente perpendiculares aos fotodiodos, a fim de evitar que os feixes contornem o corpo levitado.

Levando em consideração os pontos levantados acima, optou-se por uma alternativa de módulo laser e fonte de alimentação específica para esse fim.

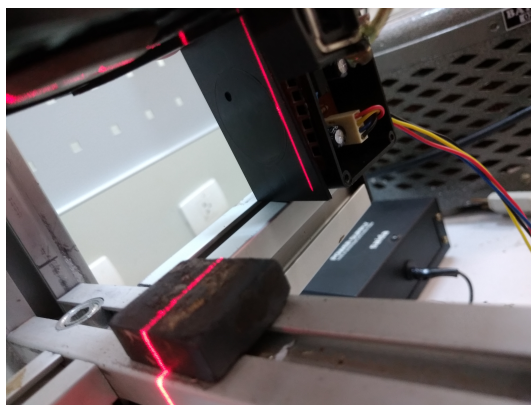
O laser empregado, modelo LRM-30/635 L da empresa Laserline®, possui alimentação proveniente de fonte especializada e opera dentro do espectro da luz visível, na faixa do vermelho (comprimento de onda de 635nm). Ele realiza a projeção aproximadamente em linha reta e tem potência de emissão total de 3mW. Já a fonte de alimentação, modelo FL-01, é uma fonte especializada para o módulo laser empregado, apresentando proteção contra curto circuito e sobrecorrente.

Figura 13 – Módulo laser e fonte de alimentação específica empregados no trabalho.



Fonte: O autor

Figura 14 – Feixe de luz projetado pelo módulo laser.



Fonte: O autor

As dimensões do laser em contraste com o conjunto de fotodiodos permitem

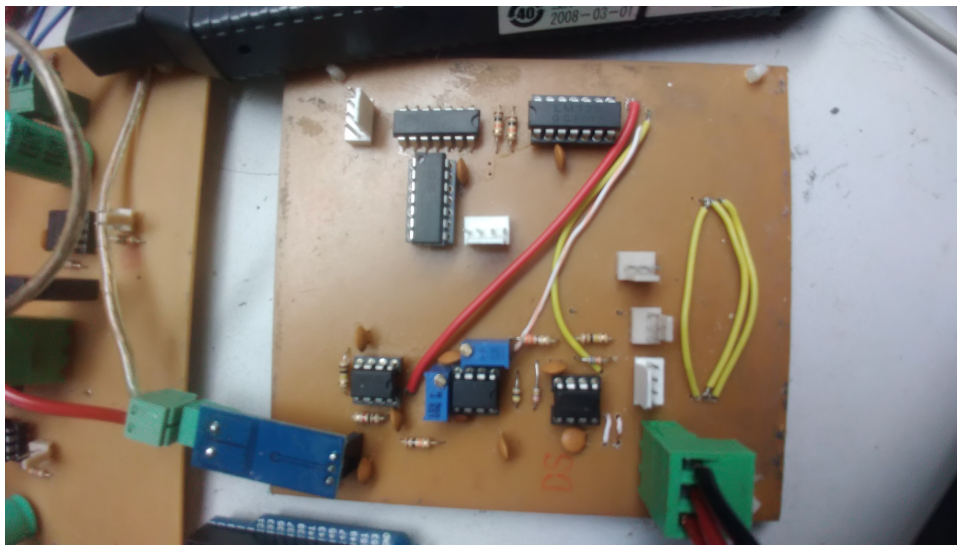
considerar, com boa aproximação, que todos os feixes que chegam ao conjunto, do outro lado do levitador, são perpendiculares.

3.1.4 Sensoriamento de corrente

Uma vez que é necessária a aquisição do sinal correspondente a corrente no eletroímã para a implementação da malha de corrente interna para o sistema de controle do levitador, é preciso a instalação de um sensor para que a medição possa ser feita. Uma alternativa muito difundida corresponde ao sensor de efeito Hall. De forma sucinta, esse dispositivo é capaz de gerar um nível de tensão baseado no nível de corrente que circula por ele, mantendo isolamento elétrico entre a saída do sensor e o circuito de potência que está ligado.

A figura 15 mostra o sensor utilizado, assim como uma placa eletrônica produzida com o propósito de realizar o condicionamento do sinal e interface com a placa de potência e o microcontrolador responsável pelo processamento do sistema de controle.

Figura 15 – Placa de controle com o sensor de corrente conectado.



Fonte: O autor

3.1.5 Modelagem experimental do sistema

A maioria dos parâmetros relevantes ao sistema podem ser obtidos rapidamente. O mais importante deles, que é a relação da força com a distância entre o eletroímã e o ímã, é um fator complexo. Para a obtenção da curva de força x distância, o seguinte ensaio, proposto em [7], foi realizado.

Para cada posição de equilíbrio, o ímã é fixado e a corrente sobre o eletroímã é aumentada até que o ímã passe a subir. Essa medição é realizada várias vezes, dentro do intervalo desejado de operação da planta.

Em seguida, com os dados experimentais, ajusta-se um polinômio para o conjunto $\left(x, \frac{I(x)}{mg}\right)$, em que mg corresponde ao peso gravitacional do ímã incorporado no ensaio. Esse polinômio representa o inverso da função racional da qual a força é dependente.

A justificativa desse método está baseada na seguinte observação:

Para todos os conjuntos de pontos (x, I) coletados, a força magnética é igual a força peso. Se uma função racional $h(x)$ é uma boa aproximação da dependência da força F com x , então pode-se escrever:

$$mg = I \cdot h(x) = \frac{I}{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n} \quad (28)$$

Manipulando a expressão (28), é possível estabelecer a relação (29):

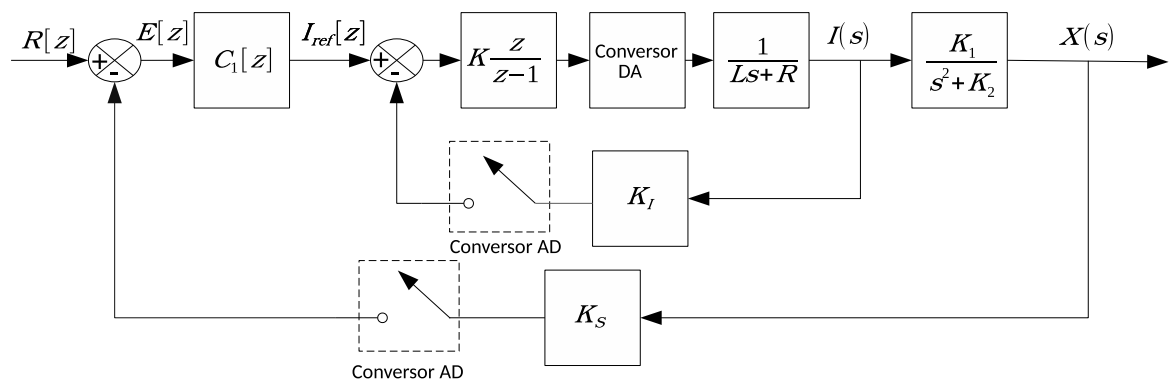
$$\frac{I}{mg} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (29)$$

Levando em consideração que o campo produzido por um solenoide, em seu eixo de simetria, tem equação com decaimento próximo ao inverso do cubo da distância até ele, é de se esperar que um polinômio de grau 4 se ajuste muito bem ao levantamento de dados, embora isso não exclua a possibilidade de que polinômios de menores graus também possam representar de forma suficiente para os objetivos deste trabalho o comportamento da força magnética.

3.1.6 Controle digital

Nesse trabalho, são desenvolvidos e avaliados dois tipos de controladores para a malha de posição, enquanto que a malha de corrente é pré-fixada.

Figura 16 – Diagrama de blocos do sistema de levitação eletromagnética empregado.



Fonte: O autor

O primeiro consiste em um controlador avanço de fase, representado por C_1 na figura 16, enquanto que o segundo é o mesmo controlador, porém com um PI em cas-

cata. O controlador PI tem como propósito corrigir o erro em regime permanente da planta, tornando-o nulo. Já o controlador por avanço de fase, estabilizar a planta. Esses controladores são projetados com base no modelo linearizado da planta, a partir de um ponto específico de operação (escolhido como o ponto médio da faixa em que os dados do comportamento da força foram colhidos). Para o projeto dos dois controladores, a técnica de lugar das raízes será utilizada. Isso significa que o modelo da planta, baseado em função de transferência, deverá ser empregado.

Por sua vez, a malha interna de corrente é projetada também utilizando a técnica do lugar das raízes, empregando um controlador PI e mantida fixa para todo o trabalho. Entre a saída da malha de posição e a entrada da malha de corrente, existe um controle de saturação, para impedir que a corrente no eletroímã alcance valores perigosos para a integridade do solenoide empregado.

4 MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE LEVITAÇÃO

4.1 Eletroímã e malha de corrente

Utilizando os valores da resistência do eletroímã e de sua indutância medidos, é possível avaliar a função de transferência da malha de corrente:

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{0.1s + 3.5} \quad (30)$$

A constante de tempo dessa planta é $\tau = \frac{L}{R} \cong 28.6$ ms, o que é muito lento para a malha de posição, além de que existe um erro em regime permanente de forma inerente a essa função pois ela não possui polo na origem.

Portanto, para esse estágio do sistema de levitação, são desejados dois requisitos para a resposta dele:

- Erro nulo em regime permanente;
- Resposta transitória mais rápida.

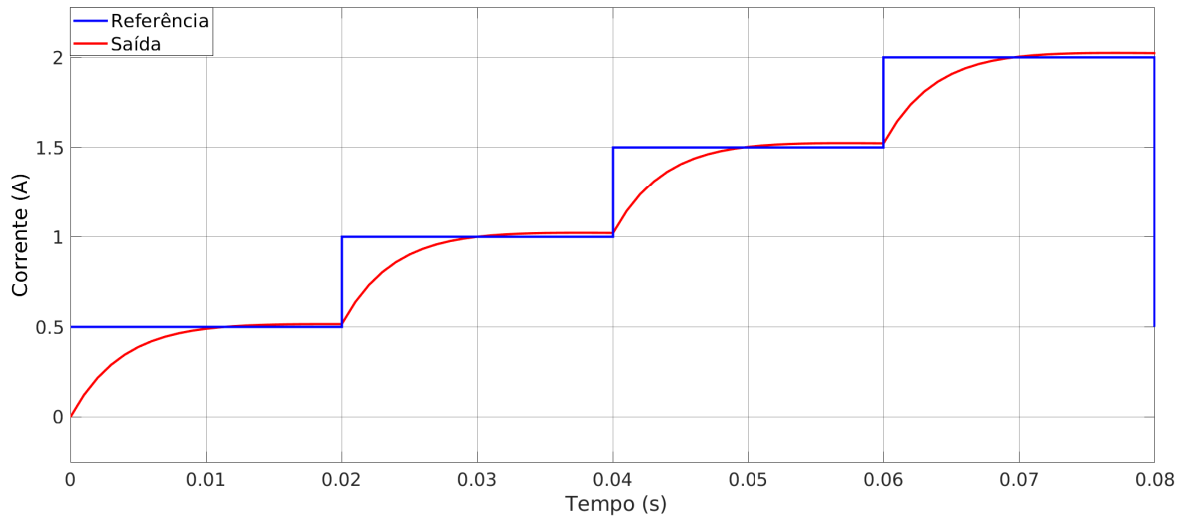
Para atender esses dois requisitos, foi projetado um controlador do tipo proporcional-integral sobre a malha de corrente. O ganho do controlador, por sua vez, foi obtido através de simulações realizadas, levando em consideração também a saturação da entrada de controle (a tensão disponível para a fonte de alimentação do eletroímã).

O controlador da malha de corrente proposto é dado pela equação (31):

$$PI_c[z] = 25 \left(\frac{z - 0.95}{z - 1} \right) \quad (31)$$

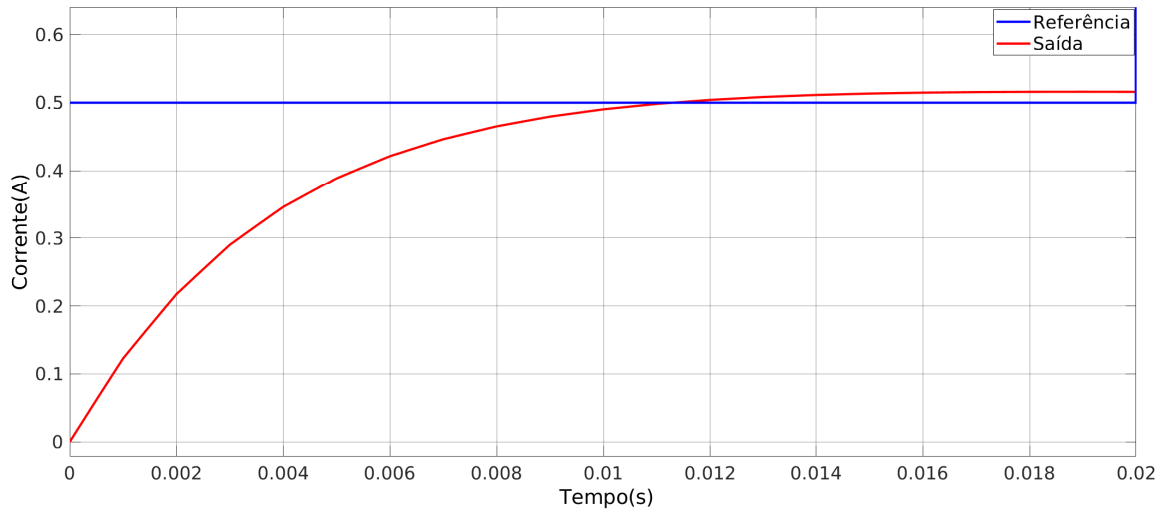
Observe que a taxa de amostragem para esse controlador corresponde a 1ms. As figuras 17 e 18 mostram a resposta dinâmica do controlador simulada. Existe uma pequena variação em sua dinâmica para cada ponto de operação, o que ocorre devido ao efeito de saturação da fonte de alimentação. Uma vez que a saída se aproxima rapidamente da referência (pouco mais que 10ms para o ponto de operação mostrado na figura 18) e o erro em regime permanente é levado a zero, esse controlador pode ser utilizado com vantagem para o controle no sistema de levitação.

Figura 17 – Resposta da malha de corrente interna com o controlador proposto para diversos pontos de operação.



Fonte: O autor

Figura 18 – Resposta da malha de corrente interna com o controlador para um ponto de operação



Fonte: O autor

Uma vez que é esperado que o circuito do eletroímã apresente forte linearidade, deve ser possível observar na resposta experimental do sistema um grau considerável de semelhança com a simulação, uma vez que o circuito elétrico da bobina pode ser considerado como altamente linear.

4.2 Malha de posição

O ensaio descrito na seção 3.1.5 foi realizado para um dos blocos de ferrite. A tabela 3 relaciona o conjunto de pontos (X, I) obtidos para a faixa de operação considerada do sistema.

Tabela 3 – Relação entre posição do ímã permanente e corrente e equilíbrio.

Distância (mm)	Corrente (A)
25	0.4
30	0.64
35	0.86
40	1.23
45	1.84
50	2.16
55	3.17

Fonte: O autor

Utilizando o método dos mínimos quadrados, procurou-se ajustar uma expressão com a forma da equação (32) para o conjunto $\left(X, \frac{I}{mg}\right)$:

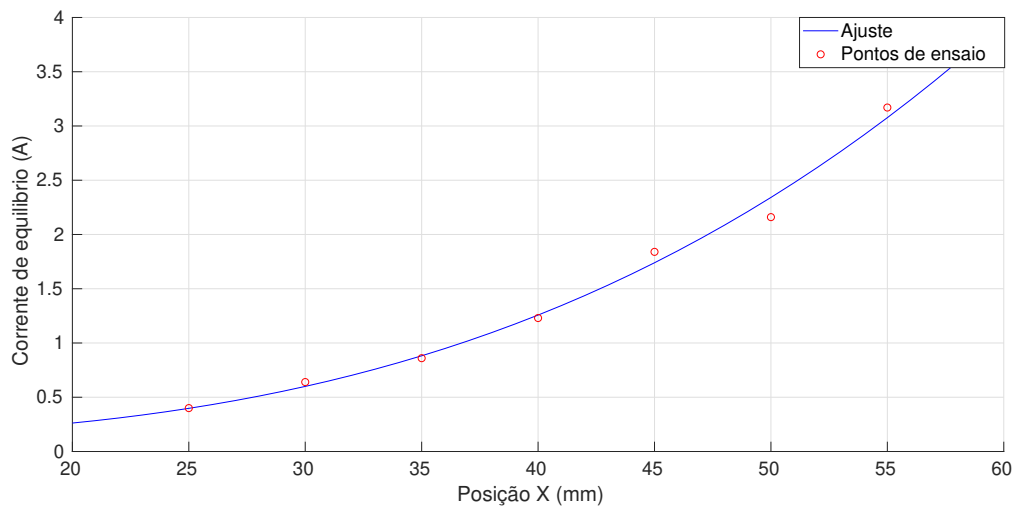
$$\frac{I(x)}{mg} = ax^3 + b \quad (32)$$

Os valores obtidos para os coeficientes a e b são

$$a = 4.313 \cdot 10^4 \quad \frac{A}{N \cdot mm^3} \quad b = 0.2913 \quad \frac{A}{N} \quad (33)$$

A figura 19 mostra o gráfico da função correspondente a (32) com os pontos do ensaio.

Figura 19 – Função ajustada e pontos de ensaio.



Fonte: O autor

Pode-se observar que a curva obtida se ajusta melhor aos pontos experimentais até uma certa distância. Para os pontos mais próximos, existe uma maior divergência. Essa

divergência pode ser explicada devido a vários fatores: Longe do solenoide, por exemplo, pode ser realmente mais apropriado uma descrição com base em um polinômio de maior grau, em virtude de um comportamento dipolar mais forte. Ou, ainda, uma vez que a discrepância é razoável, é possível justificá-la devido a ocorrência de erros na tomada dos dados, uma vez que a coleta é feita de forma manual.

De toda a forma, como no ponto médio do intervalo de medição o ajuste apresenta boa concordância com os pontos do ensaio (isto é, em $x = 40$ mm), essa expressão será utilizada para a modelagem da planta.

Efetuada a linearização em torno do ponto escolhido, conforme abordado na seção 2.3, os valores de K_x e K_I são

$$K_x = -27.34 \quad \frac{N}{m} \quad K_I = 0.3277 \quad \frac{N}{A} \quad (34)$$

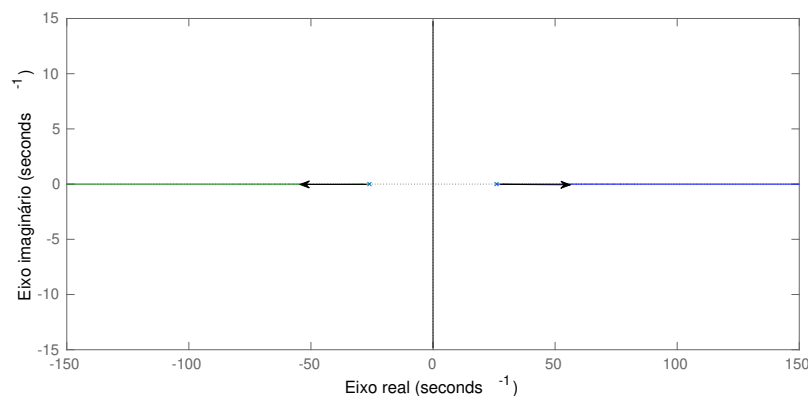
Finalmente, o modelo linearizado da planta do levitador pode ser expresso como

$$\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-7.8}{s^2 - 651} \quad (35)$$

Uma vez que um dos polos dessa função de transferência está localizado em $s = +25.5$, o sistema é naturalmente instável. Observe ainda que o ganho estático da função é negativo. Esse fato, que já foi discutido anteriormente, é importante pois implica na necessidade de implementação de um ganho negativo em cascata, no controlador, para possibilitar a estabilidade do sistema.

É possível explicar a afirmação anterior analisando o LR do sistema contínuo, em condições normais.

Figura 20 – Mapa polos zeros para a função de transferência contínua, não compensada.



Fonte: O autor

É imediato, pela figura, que nenhum controlador proporcional é capaz de estabilizar o sistema. Por sua vez, um controlador proporcional e integral também não é, pois não

modifica o lugar das raízes a direita do eixo imaginário. Por fim, pode-se mostrar que um controlador PD clássico não é capaz de promover estabilidade. Essa última observação pode ser constatada em partes.

Se um zero for inserido sobre o eixo real, a esquerda do polo instável, o LR não irá se modificar à direita dele. Caso seja colocado a direita, ainda assim é impossível fazer com que exista um ganho que proporcione estabilidade. Uma vez que os polos são simétricos em relação a origem, o ponto de saída do eixo real do lugar das raízes, sem o zero, será a própria origem. Com a adição do zero a direita do polo instável, esse ponto de partida possui a tendência a ser deslocado para a direita. Dessa forma, torna-se impossível estabilizar o sistema, pois o caminho desenvolvido pelo lugar geométrico referente ao polo instável permanecerá no semiplano direito.

Por fim, como zeros complexos precisariam ser implementados em pares conjugados, e com isso, são incapazes de modificar o lugar das raízes sobre o eixo real, conclui-se que é impossível estabilizar o sistema com qualquer tipo de controlador PD, sem o uso de um ganho negativo no controlador.

Alternativamente, outra maneira de entender isso consiste em um raciocínio físico: Caso exista uma diferença positiva entre a referência e a saída (o que significa que o corpo está mais PERTO do eletroímã do que é imposto a ele), a tendência de um controlador clássico é aumentar a corrente elétrica na bobina, o que faria com que o corpo se APROXIMASSE do eletroímã, o que é o oposto do desejado. Para uma diferença negativa (o que implica agora que o corpo está mais LONGE), um resultado análogo ao anterior ocorreria.

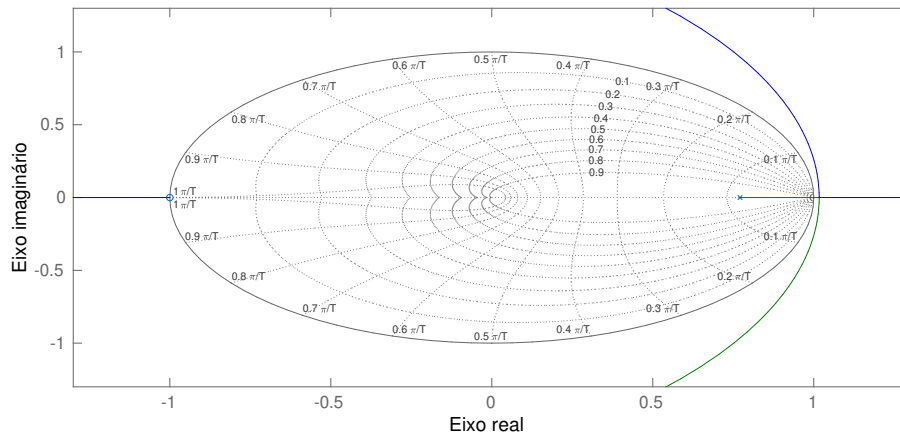
4.3 Projeto e simulação de um controlador clássico para a malha de posição

Primeiramente, será estabelecida uma taxa de amostragem para a malha de posição de 10 ms. Nesse caso, efetuando uma conversão da equação (35) para o plano Z, a expressão equivalente discreta é:

$$G[z] = \frac{-3.921 \cdot 10^{-4}(z + 1)}{(z - 1.2907)(z - 0.7748)} \quad (36)$$

A figura 21 mostra o LR da função representada pelo negativo da expressão (36). Observe que esse ganho negativo adicional, em realidade, é proveniente do próprio controlador, porém, pode ser trabalhado de forma equivalente como se pertencesse a planta.

Figura 21 – Mapa polo-zeros para a função de transferência do levitador



Fonte: O autor

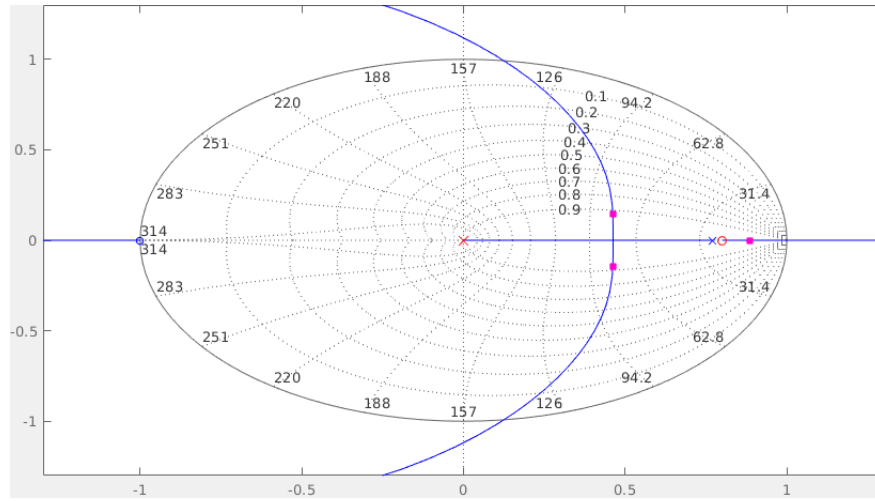
Primeiramente, será dedicada atenção para o controlador avanço, para estabilizar o levitador. Por conseguinte, o controlador PI será projetado.

Para a implementação do controlador avanço, existe uma faixa considerável de escolhas válidas que poderiam ser feitas. Porém, é importante notar que existe um requisito importante para o controlador, devido a uma característica peculiar da planta. Esse requisito corresponde a ultrapassagem percentual.

Para compreender melhor por que é importante evitar a ultrapassagem, é preciso notar que o ímã permanente tem formato paralelepipedal. Isso significa que ele pode ser rotacionado devido a força magnética imposta sobre ele, caso essa força não aja diretamente sobre seu centroide, algo que não é possível garantir. Essa influência desse grau de liberdade adicional é capaz de tornar o controle de posição instável. Uma vez que esse balanço indesejável é amplificado devido as oscilações em torno da posição de equilíbrio (o que implicam em oscilações de força resultante sobre o ímã), é desejável reduzir ou eliminar a ocorrência de ultrapassagem na resposta dinâmica do sistema.

Em primeiro lugar, o zero do controlador avanço foi posicionado em $z = 0.8$, próximo a um dos polos da função de transferência, $z = 0.7748$, de forma a proporcionar um cancelamento polo-zero aproximado. Já o polo do controlador foi colocado, de forma arbitrária, em $z = 0.3$. Isso proporciona o seguinte lugar das raízes representado pela figura 22. Observe que agora o sistema linearizado é passível de estabilidade, uma vez que é possível ajustar o ganho do controlador de forma a manter todos os polos de malha fechada dentro do círculo unitário.

Figura 22 – Lugar das raízes com a inserção do controlador por avanço de fase.



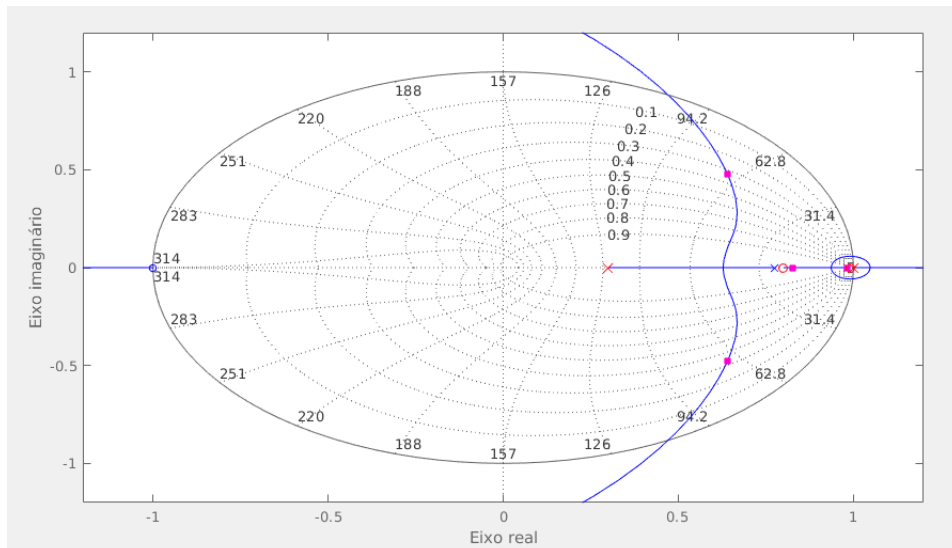
Fonte: O autor

Por conseguinte, a atenção foi voltada para o controlador PI. Uma vez que o polo do controlador precisa ser inserido em $z = 1$, sobra apenas a escolha do zero do controlador, que é uma escolha arbitrária. Após alguns testes, o zero foi escolhido em $z = 0.99$, escolha feita principalmente para reduzir os efeitos de um integrador sobre a estabilidade do sistema.

O ganho do conjunto de controladores PI e avanço foi estabelecido como $K = 700$. Dessa forma, o controlador projetado é descrito pela equação (37):

$$C[z] = -700 \left(\frac{(z - 0.99)(z - 0.8)}{(z - 0.3)(z - 1)} \right) \quad (37)$$

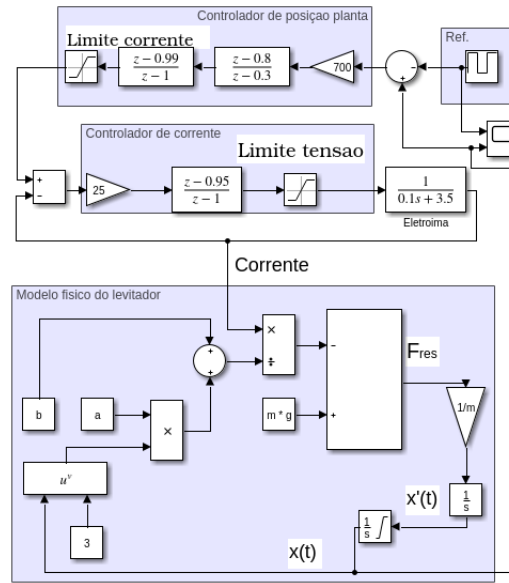
Figura 23 – Lugar das raízes da malha de posição com seu respectivo controlador projetado.



Fonte: O autor

Para validar os controladores da malha de posição, foi desenvolvido um modelo com o pacote Simulink do software Matlab para o levitador magnético, com a relação entre força e posição e corrente estabelecida na seção 4.2. É importante notar, na figura 24, que foram inseridos limites para as entradas de controle de cada estágio para contabilizar o efeito da saturação neles.

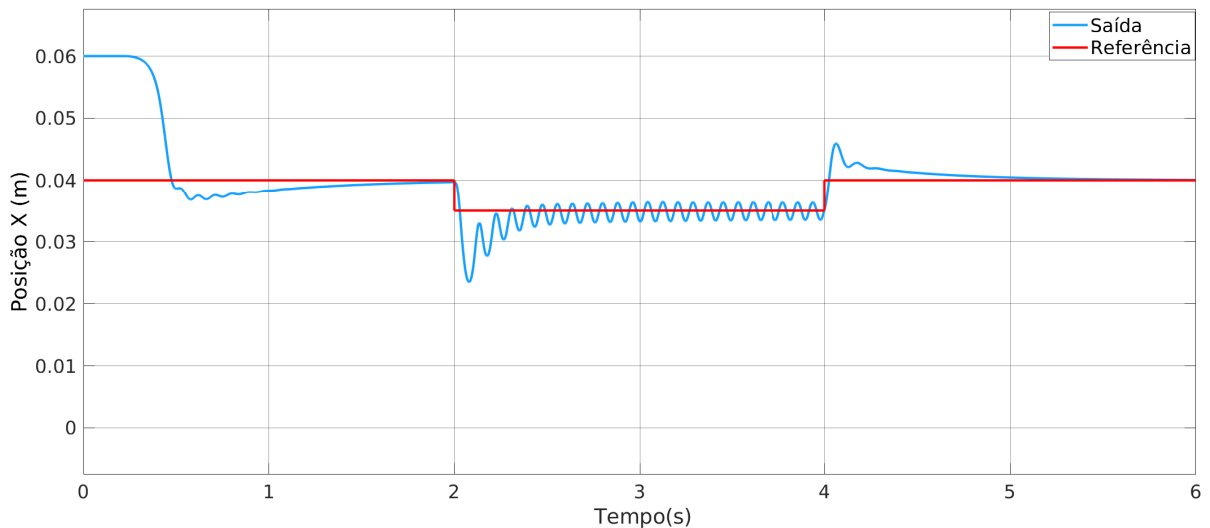
Figura 24 – Modelo no Simulink para representar o levitador magnético.



Fonte: O autor

A figura 25 mostra a resposta do sistema desde uma posição em que está parado até a referência de $x = 40\text{mm}$, que corresponde ao ponto de linearização de sua função de transferência. Depois, ele é aproximado um pouco mais ao eletroímã, e por fim, afastado.

Figura 25 – Resposta simulada do levitador para uma aproximação ao eletroímã em relação ao ponto de linearização.

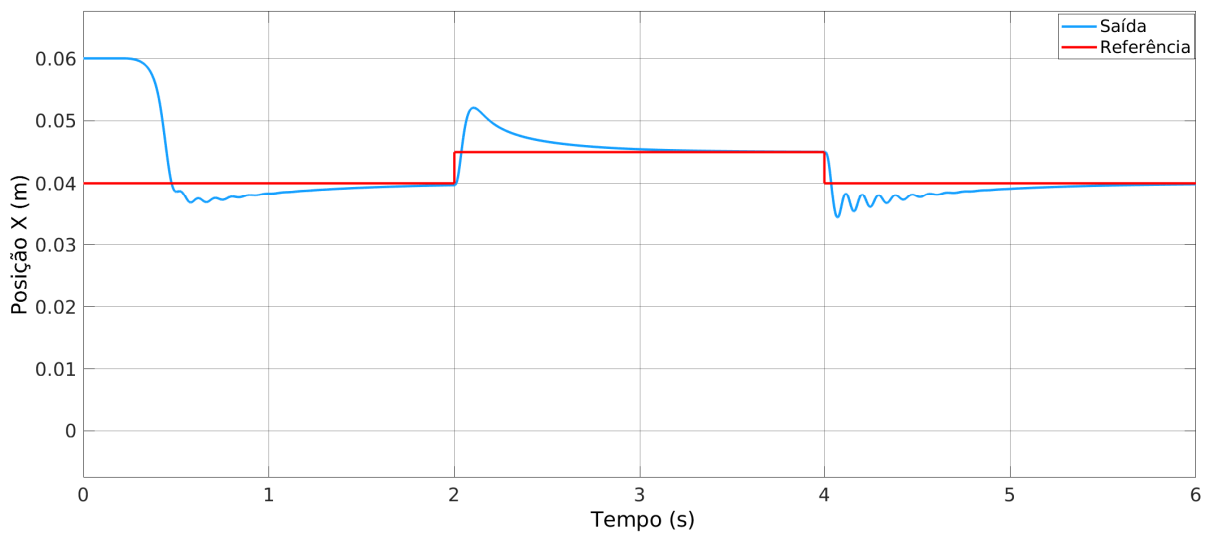


Fonte: O autor

A resposta transitória desde o ponto em que está parado até o ponto de equilíbrio principal é satisfatória, uma vez que apresenta caráter oscilatório fraco, o que não deve apresentar problemas para o levitador real. Porém, ao se aproximar do eletroímã, embora na simulação exista estabilidade marginal, as oscilações de força sobre o ímã seriam perigosas, o que devem contribuir para a perda dela.

A figura 26, por sua vez, mostra a resposta do sistema de forma semelhante ao caso anterior, porém, dessa vez, o ímã é afastado do eletroímã, para $x = 45mm$.

Figura 26 – Resposta simulada do levitador para um afastamento do ponto de linearização.



Fonte: O autor

Nesse caso, é possível observar que, embora seja possível rastrear a referência fora do ponto de operação, esse rastreamento não é satisfatório, uma vez que apresenta ultrapassagem percentual acentuada. Além disso, é mais difícil de rastrear a referência quando o corpo já está levitado, o que resulta na resposta oscilatória observável no final.

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

5.1 Controle da corrente no eletroímã

Conforme estabelecido pela equação (22), substituindo os valores de R e L_0 , pode-se chegar a função de transferência representada pela equação (38):

$$G_c(s) = \frac{10}{s + 35} \quad (38)$$

Essa função possui como polo $s = -35$, o que implica em um tempo de assentamento equivalente a $\frac{4}{35} \cong 114.3$ ms. Uma vez que é desejado reduzir esse tempo, é preciso ajustar um valor alto de ganho para o controlador PI da malha interna.

Conforme determinado na seção 4.1, o controlador proposto é dado pela equação (31):

$$PI_c[z] = \frac{25(z - 0.95)}{z - 1} \quad (39)$$

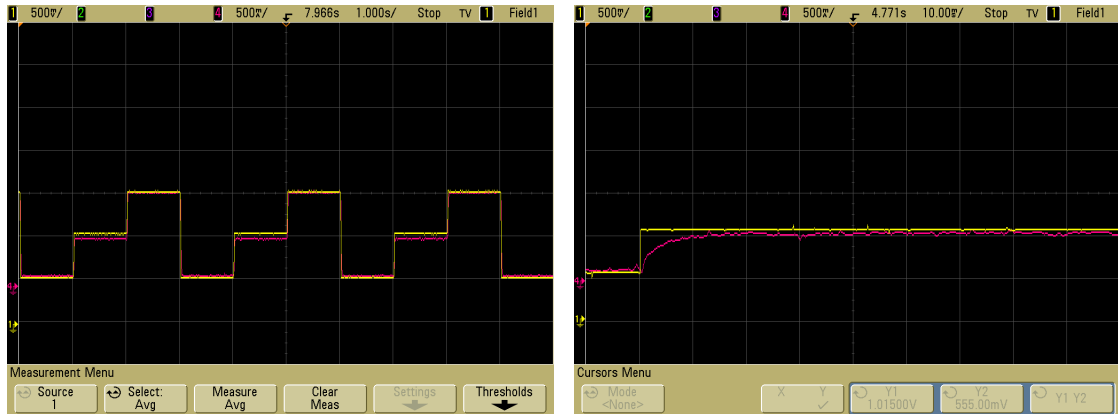
Esse controlador, por sua vez, é implementado em ponto fixo com a taxa de amostragem especificada (1ms) usando a lei de controle indicada pela equação (40):

$$u[k] = u[k - 1] + 25 \cdot Erro_c[k] - 24 \cdot Erro_c[k - 1] \quad (40)$$

em que $Erro_c[k]$ corresponde ao erro de corrente no instante k .

A figura 27 corresponde a resposta para uma sequência de degraus, sendo os dois primeiros com meia amplitude, impostos para a malha de corrente, em conjunto com a referência.

Figura 27 – Resposta experimental da malha de corrente para referências impostas.



Fonte: O autor

Uma vez que o tempo de assentamento é grandemente reduzido (pouco mais de 10ms para o primeiro degrau, conforme figura 27) e é garantido(a exceção de erros de

parametrização da curva de saída do sensor após o estágio de condicionamento) erro nulo em regime permanente, é possível obter uma validação experimental desse controlador e prosseguir com a implementação da malha de posição.

É possível observar que a resposta ao degrau de corrente é um pouco mais lenta do que o que se esperava. Esse fato pode ser justificado devido a questões práticas como o atraso de processamento do microcontrolador, presença de ruído, etc. Contudo, ela ainda está muito próxima da que foi projetada.

5.2 Controlador clássico da malha de posição

Conforme a equação (37), o controlador proposto é dado pela função de transferência:

$$C[z] = -700 \frac{(z - 0.99)(z - 0.8)}{(z - 0.3)(z - 1)} \quad (41)$$

Essa função pode ser implementada utilizando a lei de controle representada pela equação (42):

$$u[k] = 1.3u[k - 1] - 0.3u[k - 2] - 700(E_p[k] - 1.79E_p[k - 1] + 0.792E_p[k - 2]) \quad (42)$$

Na equação anterior, E_p representa o erro de posição em relação a referência. Ela pode ser aproximada em ponto fixo pela expressão (43):

$$u[k] = \frac{13u[k - 1] - 3u[k - 2]}{10} - 700E_p[k] + 1253E_p[k - 1] - 555E_p[k - 2] \quad (43)$$

Para avaliação do desempenho do controlador, foram realizados três testes. Todos os testes foram realizados usando um bloco composto por dois ímãs acoplados, um sobre o outro. Essa escolha foi realizada com o objetivo de amortizar rotações do conjunto durante o período transitório. O primeiro deles consiste em, com o bloco parado sobre o suporte, inserir uma referência em seu ponto de linearização. A figura 28 mostra a resposta do sistema para esse caso. Nela, o sinal em amarelo corresponde à referência, enquanto que os sinais em verde e rosa são, respectivamente, a posição do objeto (de acordo com a leitura obtida a partir do nível de tensão na saída do sensor) e corrente circulando pelo eletroímã.

Figura 28 – Resposta a um degrau de posição em torno do ponto de linearização da planta.



Fonte: O autor

É possível observar que o sistema de controle é capaz de promover estabilidade para a planta, para um degrau no ponto de linearização do sistema, assim como rastreamento de referência. Vale notar que as pequenas oscilações que ocorrem, em regime permanente, em torno da referência, podem ser atribuídas ao fato de que, devido a forma geométrica dos ímãs empregados, existe uma certa tendência do bloco balançar, o que contribui para o comportamento observado.

No ensaio seguinte, a mesma referência é aplicada ao sistema, porém, após um determinado intervalo de tempo, ela é mudada para 5mm mais próximo do eletroímã, e, depois do mesmo período, é alterada para o ponto de operação anterior.

Figura 29 – Resposta do sistema para uma aproximação de 5mm ao eletroímã, em relação ao ponto de linearização.



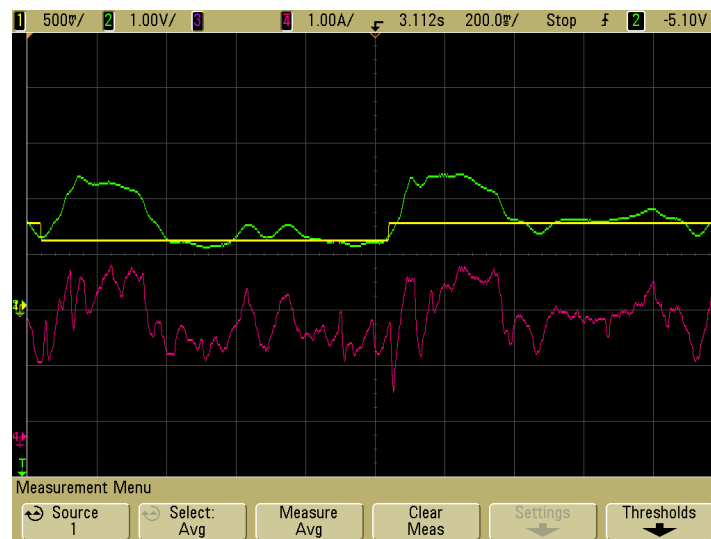
Fonte: O autor

Como pode ser observado, também é possível rastrear a referência caso ela seja mudada para um pouco mais perto do eletroímã, porém a resposta dinâmica apresenta uma característica indesejável. Essa característica é o fato de que, sempre que ocorre a troca do ponto de operação, o sistema de controle é incapaz de fazer com que os ímãs se desloquem, de um ponto ao outro, sem encostar no suporte inferior, situado em $x = 60$ mm. Isso pode ser identificado devido a elevação do nível de tensão na saída do sensor, em todos os instantes subsequentes à mudança de referência.

O fato observado anteriormente é curioso, uma vez que é razoável esperar que ele ocorra para quando é imposto que o ímã se afaste do eletroímã, porém não é de se esperar o mesmo em uma aproximação. Para explicar isso, é mais provável assumir que o sistema perca a estabilidade, ao iniciar a troca do ponto de operação, devido a um desbalanço do ímã, o que provoca, de forma momentânea, diminuição da força de suspensão aplicada sobre ele, e, portanto, ele perca sustentação.

Por fim, o último ensaio é semelhante ao anterior, porém, dessa vez, o bloco é afastado a uma distância de 5mm de seu ponto de linearização. A figura 30 mostra o comportamento do sistema sob essa condição.

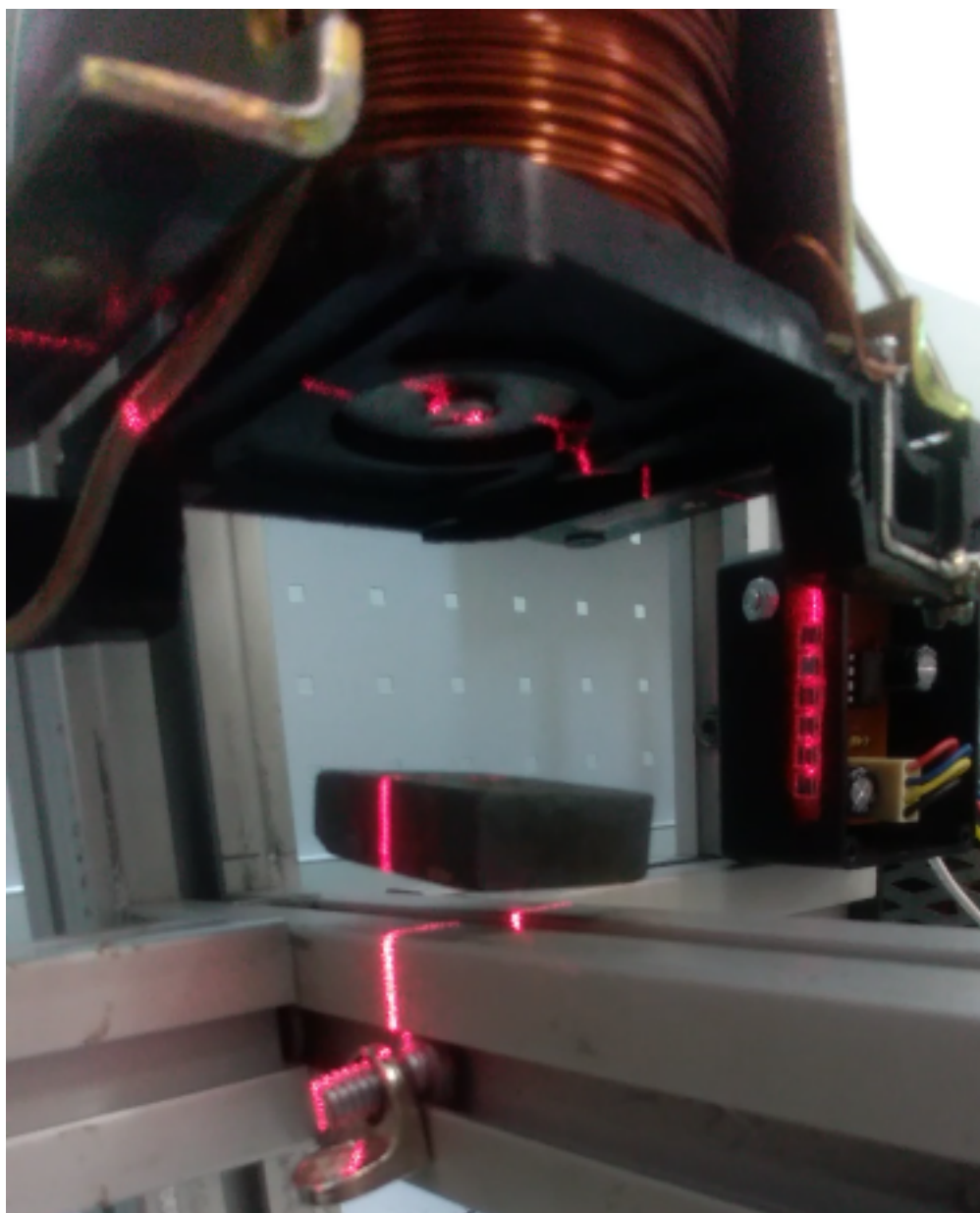
Figura 30 – Resposta do sistema para uma aproximação de 5mm ao eletroímã, em relação ao ponto de linearização.



Fonte: O autor

Nesse caso, é possível observar rastreamento satisfatório e oscilações, em regime permanente, mais fracas do que no segundo ensaio. Porém, ainda é possível observar perda de sustentação dos ímãs nos instantes subsequentes à mudança do ponto de operação, tanto quando é feita uma aproximação quanto afastamento em relação ao eletroímã.

Figura 31 – Fotografia do levitador em funcionamento.



Fonte: O autor

6 CONCLUSÃO

Nesse trabalho, foram desenvolvidos um atuador e um sistema de controle para atuar sobre uma planta de levitação magnética unidimensional. Ainda, foi exposto um modelo para representação do sistema, com uma metodologia para determinação de seus parâmetros, sendo que esse modelo foi empregado para o projeto de controladores clássicos para estabilizar a planta.

No âmbito de sistemas de controle, foi proposta a utilização de uma malha de corrente interna, com objetivo de acelerar a resposta do eletroímã constituinte da planta, e uma malha de posição externa. Para a malha de corrente interna, um controlador PI foi empregado e, para a externa, um controlador avanço em cascata com um PI.

Para a malha de posição, o controlador projetado demonstrou capacidade de proporcionar estabilidade e rastreamento ao sistema para referências em torno do ponto de linearização da planta, conforme observou-se nos resultados. Contudo, a resposta dinâmica apresentou aspectos indesejáveis. Em particular, o mais relevante deles é a incapacidade de alteração do ponto de operação evitando contato com a base da planta. Pode-se citar ainda as oscilações em torno do ponto de equilíbrio, mesmo em regime permanente, para todas as referências impostas.

As observações feitas acima permitem concluir que os controladores clássicos, embora sejam capazes de alcançar objetivos básicos como estabilidade e rastreamento, tendem a possuir desempenho fraco quanto a características de resposta transitória. É claro que, em parte, de acordo com a discussão realizada junto aos resultados, essa ocorrência deve-se também a forma paralelepipedal dos ímãs empregados para levitação. Porém, mesmo aceitando essa explicação, é nítido que as respostas transitórias, para referências diferentes, possuem características diferentes.

Conclui-se, portanto, que o escopo de aplicação desses controladores é, de forma preferencial, limitado a sistemas que não dependem de boa resposta transitória, principalmente se tais controladores devem operar sobre uma faixa larga de referências. Essa conclusão, por um lado, desperta o interesse em aplicações de outros tipos de controladores, com o propósito de suprir as deficiências apontadas para aqueles utilizados neste trabalho, algo que é indicado para trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

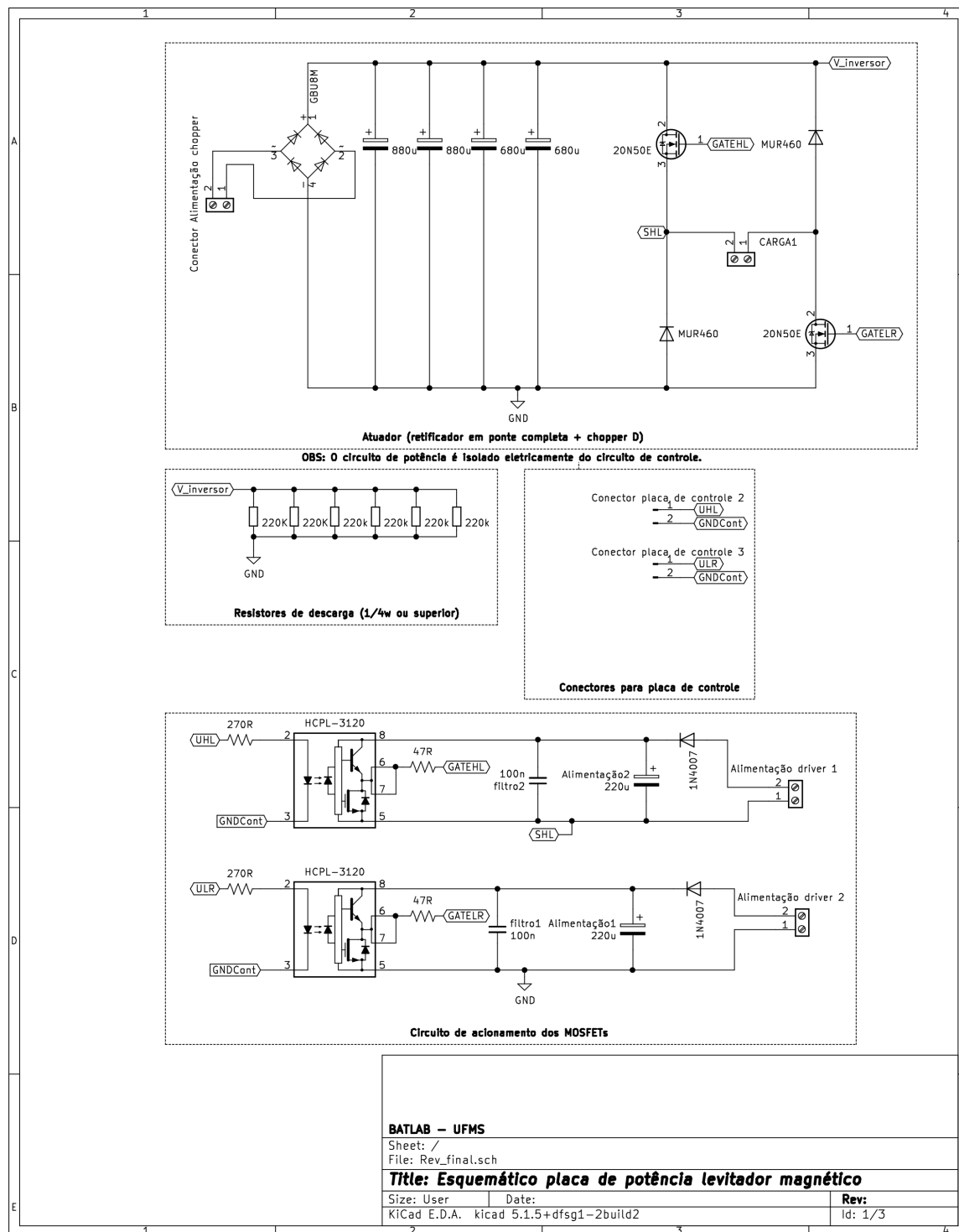
- 1 KHAN, M. J. et al. Modelling, simulation control of non-linear magnetic levitation system. In: *2018 IEEE 21st International Multi-Topic Conference (INMIC)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–5.
- 2 GASPAROTO, H. F. *Simulação magnetostática 3D por dipolos magnéticos equivalentes*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, SP, 2013. Disponível em: <<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/263473>>. Acesso em: 31 mai. 2021.
- 3 YAGHOUBI, H. Practical applications of magnetic levitation technology. In: . [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–56.
- 4 BALKO, P.; ROSINOVÁ, D. Modeling of magnetic levitation system. In: *2017 21st International Conference on Process Control (PC)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 252–257.
- 5 GANDHI, R. V.; ADHYARU, D. M.; KASUNDRA, J. Modeling of current and voltage controlled electromagnetic levitation system based on novel approximation of coil inductance. In: *2018 4th International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 212–217.
- 6 YANG, J.-H. et al. Actuator and sensor modeling for magnetic levitation system. In: *2007 International Conference on Control, Automation and Systems*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 917–922.
- 7 HAJJAJI, A. E.; OULADSINE, M. Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 48, n. 4, p. 831–838, 2001.
- 8 MOTA, D. J. P. d. S. *CONTROLE DA POSIÇÃO DE UMA ESFERA EM UM SISTEMA DE LEVITAÇÃO ELETROMAGNÉTICA*. 60 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso (graduação)) — Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.
- 9 GOMES, E. P. A. *CONTROLE DIGITAL PARA UM SISTEMA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA*. 68 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso (graduação)) — Centro de Tecnologia, Universidade Federal Do Ceará, Fortaleza, 2016.
- 10 MOTA, D. J. P. d. S. *RECAPACITAÇÃO DE UM LEVITADOR MAGNÉTICO E CONTROLE VIA MATLAB*. 58 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso (graduação)) — Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019.
- 11 NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de física básica, v. 3 eletromagnetismo*. São Paulo: Editora Blucher, 2015.
- 12 WANG, L. *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB®*. Melbourne, Australia: Springer, 2009.
- 13 NISE, N. S. *Engenharia de sistemas de controle*. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2013. ISBN: 9788521621355.

-
- 14 TOMAZINI, D. *Sensores industriais: fundamentos e aplicações*. São Paulo: Editora Erica, 2020.

A ESQUEMÁTICO DOS PRINCIPAIS CIRCUITOS DESENVOLVIDOS PARA O TRABALHO

A.1 Placa de potência

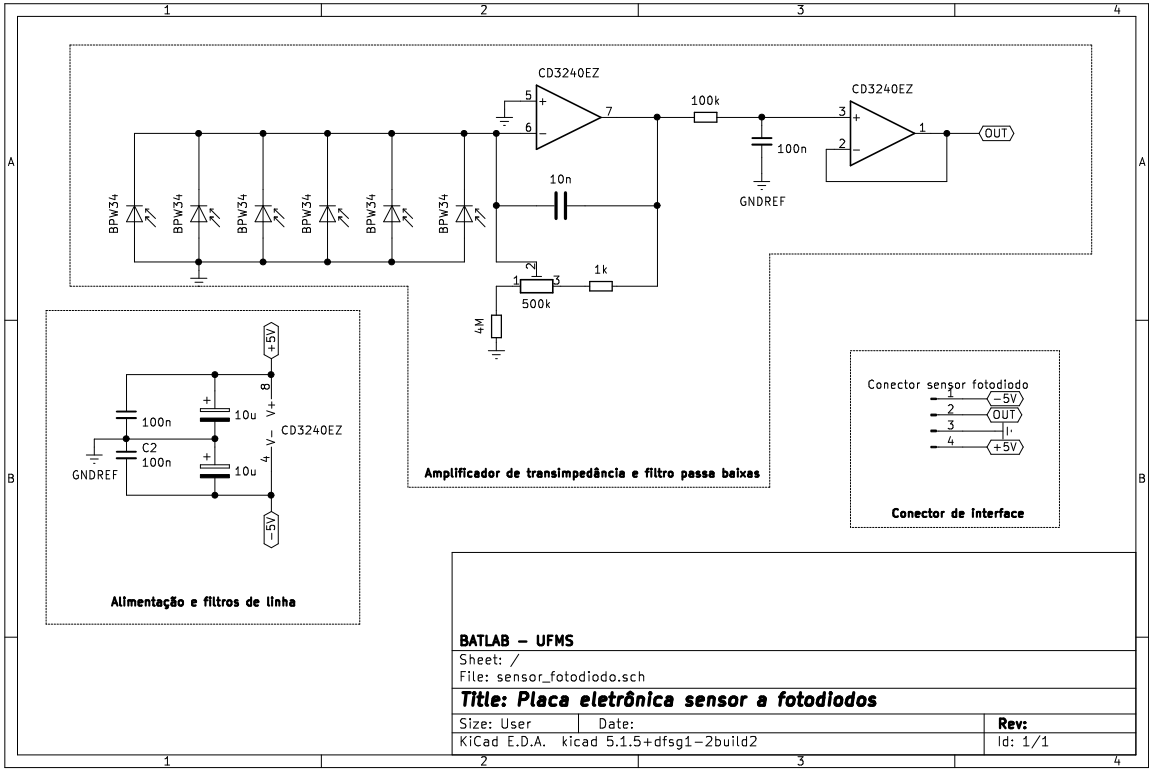
Figura 32 – Esquemático do circuito de potência compreendendo o atuador utilizado.



Fonte: O autor

A.2 Sensor a fotodiodos

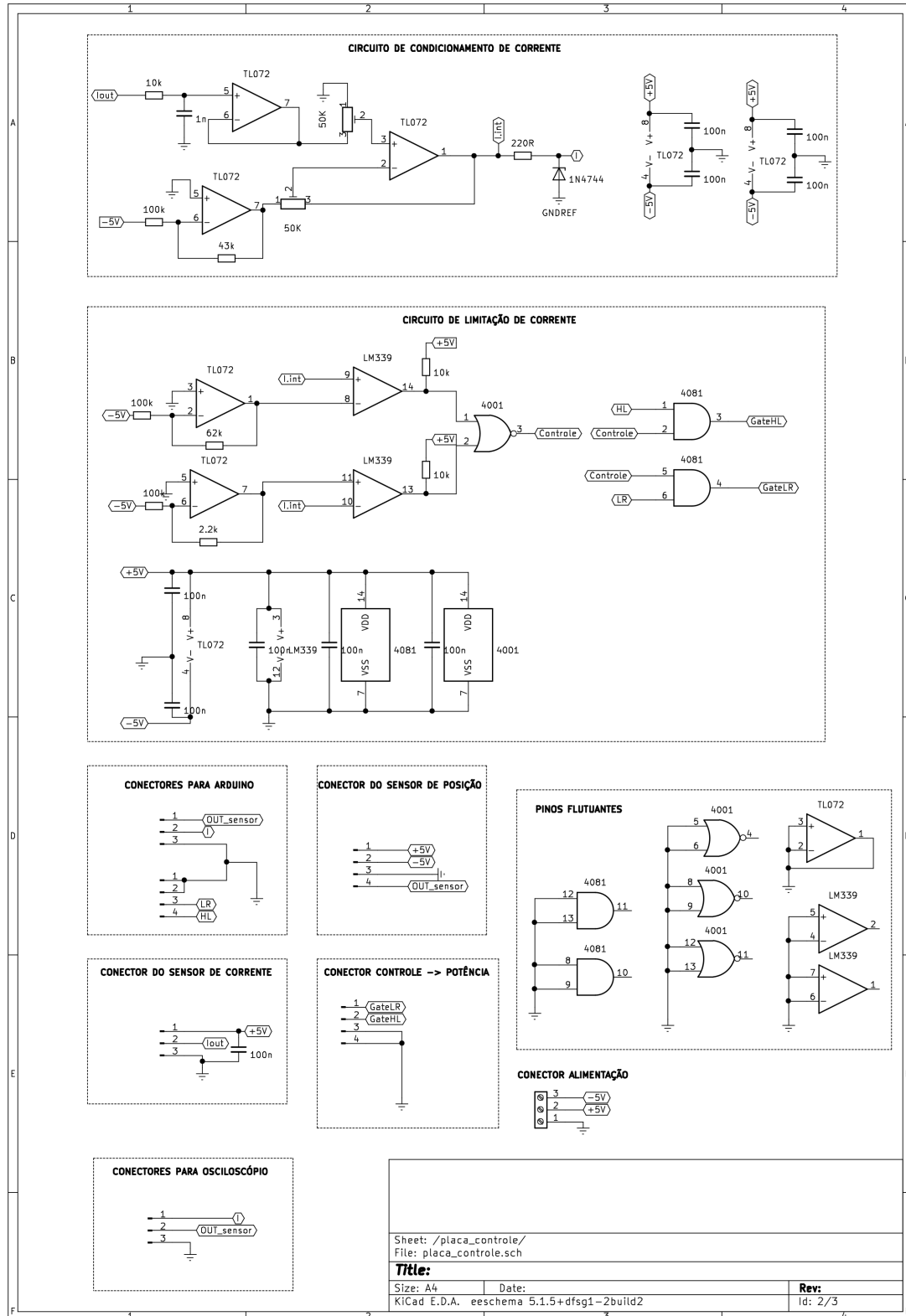
Figura 33 – Esquemático do circuito eletrônico do sensor de posição a fotodiodos.



Fonte: O autor

A.3 Placa de processamento de sinais e interface com microcontrolador

Figura 34 – Esquemático da placa de processamento de sinais e interface com microcontrolador



Fonte: O autor